

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MADRID

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR



**Grado en Ingeniería en Tecnologías y Servicios de
Telecomunicación**

TRABAJO FIN DE GRADO

**DISEÑO ASISTIDO POR ORDENADOR DE FILTROS
PSEUDO PASO BAJO EN GUÍA DE ONDA
RECTANGULAR MEDIANTE EL MÉTODO DE
ELEMENTOS FINITOS**

Eduardo Guillermo Moliner Olías de Lima

Tutor: Juan Córcoles Ortega

Ponente: Jorge Alfonso Ruiz cruz

Junio 2015

Resumen

El objetivo de este proyecto es el diseño de un filtro paso bajo utilizando la tecnología de la guía de onda rectangular, utilizando para ello el método de los elementos finitos como herramienta de análisis.

El filtro se realizará a la frecuencia de corte de 9GHz, los terminales de entrada serán los especificados para la WR-90, lo que significa el trabajar en el ancho de banda mono-modo.

Para el análisis de la estructura se empleará los tetraedros de Nedelec, de primera y segunda especie para órdenes uno dos y tres.

Palabras Clave

Filtro, frecuencia de corte, WR-90, mono-modo, cuadripolo, elementos concentrados, grados de libertad, parámetros S

Abstract

The goal of this Project is to design a low pass filter using rectangular waveguide technology, analyzing the behavior through the finite elements method.

The filter is design with cutoff frequency at 9GHz, In and Out terminals are those specified by the WR-90 standard, which means that filter is working on mono-mode band.

The structure analysis will be made by Nedelec's tetrahedrons of first and second class for first second and third order.

Keywords

filter, cutoff frequency, WR-90, mono-mode, cuadripole, lumped elements, degrees of freedom, S parameters.

Agradecimientos

Después de varios años de estudio, trabajo y esfuerzo me encuentro ante el último trabajo antes de acabar la carrera. Ha sido un camino largo y duro, pero que volvería a recorrer sin dudarlo. Como ocurre con todo en la vida uno no camina solo, y es a esas personas que me han acompañado durante este tiempo a quien dedico estas líneas.

A mi tutor Juan Córcoles, por haber sido paciente conmigo haberme escuchado y por encima de todo haberme enseñado, es como no podía ser de otra forma mi maestro, un gran maestro.

Al laboratorio del RFCAS, ese grupo heterogéneo de personalidades que siempre tiene tiempo para escuchar tus dudas y para recomendarte las soluciones más diversas, gracias.

A mis compañeros con los que he tenido el gusto de tropezarme levantarme y reír, en especial a Tito, Andrea, Sergio, Alfredo y Marta por compartir un último año de proyecto, en el que me habéis apoyado de manera singular, pues a veces lo importante no es llegar sino como llegar, y con vosotros, mi pequeña familia académica, ha sido la mejor manera de hacerlo.

Cristina y Eduardo, mis padres que siempre me han apoyado en todo lo que he hecho y han sabido aconsejarme lo mejor en cada momento sin importar las circunstancias, gracias por haberme dedicado ese tiempo que un hijo siempre necesita para no desorientarse y seguir dando un paso detrás de otro.

Detrás de cada obra hay un autor, y detrás de cada autor están esas personas que le hacen ser como es, gracias a ellos este trabajo ha sido posible.

Todo lo que merece la pena hacerse, merece la pena hacerse bien.

Índice de Contenidos

1. Introducción.....	1
1.1 Motivación	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Organización de la Memoria	2
2. Conceptos Teóricos	3
2.1 Principios Básicos de Filtros	3
2.1.1 Concepto de filtro	3
2.1.3 Parámetros S	4
2.2 Diseño de un Filtro Paso Bajo.....	5
2.2.1 Elementos concentrados.....	8
2.2.2 Síntesis con secciones cortas	8
2.3 Guía de Onda Rectangular	10
2.3.1 Modos de propagación	11
2.3.2 Impedancia de guía	12
2.4 Método de los Elementos Finitos.....	13
2.4.1 Tetraedro de Nedelec.....	14
3. Diseño y Desarrollo.....	15
3.1 Diseño del Filtro Paso Bajo.....	15
3.1.1 Diseño con elementos concentrados.....	15
3.1.2 Diseño con secciones cortas.....	17
3.1.3 Diseño con guía de onda	18
3.2 Evaluación de la Estructura con Elementos Finitos.....	22
3.2.1 Mallado GMSH 3D	23
3.2.1.1 Tiempo de ejecución y grados de libertad	24
3.2.1.2 Respuesta del filtro	26
3.2.2 Mallado 3D Netgen	29
3.2.2.1 Tiempo de ejecución y grados de libertad	30
3.2.2.2 Respuesta del filtro	31
3.2.3 Error cuadrático.....	35
4. Conclusiones y Trabajo Futuro	37
4.1 Conclusiones.....	37
4.2 Trabajo Futuro.....	38
5. Bibliografía.....	39

Índice de Figuras

2.1 Filtro Paso Bajo.....	3
2.2 Filtro Paso Banda.....	4
2.3 Filtro Paso Alto	4
2.4 Cuadripolo Parámetros S.....	5
2.5 Pérdidas de inserción	6
2.6 Filtro Elementos Concentrados	7
2.7 Secciones Cortas.....	9
2.8 Cuadripolo Matriz ABCD.....	9
2.9 Dimensiones Guía de Onda	10
2.10 Nedelec primera especie órdenes 1 a 3	14
2.11 Nedelec segunda especie órdenes 1 a 3	14
3.1 Respuesta ADS Elementos Concentrados	16
3.2 Circuito Elementos Concentrados	16
3.3 Respuesta ADS Secciones Cortas.....	17
3.4 Circuito Secciones Cortas	17
3.5 Dimensiones Guía de Onda	18
3.6 Línea de frecuencias Filtro Guía de Onda	19
3.7 Filtro Paso Bajo CST	21
3.8 Respuesta Filtro Paso Bajo CST	22
3.9 Filtro Paso Bajo GMSH.....	23
3.10 Mallado GMSH	23
3.11 Tiempos de ejecución y DOFS segunda especie orden 1 y 2	26
3.12 Parámetro S_{21} Nedelec primera especie orden 1 a 3	26
3.13 Parámetro S_{11} Nedelec primera especie orden 1 a 3	27
3.14 Parámetro S_{21} Nedelec segunda especie orden 1 y 2.....	28
3.15 Parámetro S_{21} Nedelec segunda especie orden 1 y 2.....	28
3.16 Mallado 3D Netgen	29
3.17 Tiempos ejecución y DOFS Nedelec segunda especie orden 1 y 2	30
3.18 Parámetro S_{21} Nedelec primera especie orden 1 a 3	31
3.19 Parámetro S_{11} Nedelec primera especie orden 1 a 3	31
3.20 Comparativa Mallado	32
3.21 Parámetro S_{21} Nedelec primera especie orden 3 y CST.....	33

3.22 Parámetro S_{21} Nedelec segunda especie orden 1 y 2.....	34
3.23 Parámetro S_{11} Nedelec segunda especie orden 1 y 2.....	34
3.24 Error Cuadrático Medio S_{21}	35
3.25 Error Cuadrático Medio S_{11}	35
3.26 Tiempos de ejecución.....	37
3.27 Grados de libertad (DOFS).....	38

Índice de Tablas

2.1 Parámetros S	5
2.2 Valores g_i a f_c para PLR=3dB Butterworth	7
2.3 Valores g_i a f_c para un Rizado=0.5dB Chebychev	7
2.4 Conversión Elementos Concentrados	8
2.5 Conversión Parámetros S matriz ABCD	10
2.6 Modos de Propagación	11
2.7 Bandas de frecuencia y dimensiones Guía de Onda	12
2.8 Parámetros Guía de Onda	13
3.1 Valores g_i Perdidas Inserción 40dB	15
3.2 Tiempos ejecución y DOFS Nedelec primera especie orden 1 a 3	25

1. Introducción

1.1 Motivación

La transmisión de información es objeto de estudio de diferentes ramas de la ciencia. Los filtros son tan solo una parte de ese estudio que ha ido evolucionando a lo largo de los años.

En este escenario, encontramos distintas tecnologías y procedimientos para la elaboración de filtros, una de esas tecnologías es la utilizada en este Trabajo Fin de Grado, la guía de onda. Esta tecnología surge durante la segunda guerra mundial y desde entonces se ha seguido investigado para seguir evolucionando.

La utilización de la guía de onda en el diseño del filtro viene influenciada por las altas prestaciones que esta nos ofrece, pues tiene bajas pérdidas y permite trabajar con alta potencia, resultado muy útil por tanto para el desarrollo de satélites o radares.

El método que se ha utilizado para analizar los filtros, ha sido mediante la herramienta matemática de los Elementos Finitos, método que por otra parte está siendo de gran utilidad para el análisis de campos electromagnéticos dado que permite plantear las ecuaciones de Maxwell para distintos puntos permitiendo al final distintos grados de libertad y en función de estos mayor o menor precisión.

1.2 Objetivos

1. Búsqueda de un método que permita modelar el diseño de un filtro paso bajo
2. Diseño de un filtro pseudo paso bajo en guía de onda rectangular a la frecuencia de 9GHz
3. Investigar las posibilidades que el método de los elementos finitos nos ofrece, a la hora de reducir el tiempo de diseño manteniendo un nivel de precisión en la respuesta del filtro aceptable.

1.3 Organización de la memoria

El documento que se expone seguirá la siguiente estructura:

- Capítulo 2 hace referencia a los conceptos teóricos en los cuales se exponen conceptos básicos de filtros y se hace especial énfasis en la guía de onda y el método de los elementos finitos.

- Capítulo 3 diseño y desarrollo del filtro paso bajo e investigación de la influencia del método matemático.
- Capítulo 4 se extraen las conclusiones de la elaboración de este TFG y las líneas de un posible trabajo futuro.
- Capítulo 5 Referencias en las cuales se ha apoyado este TFG.

2. Conceptos Teóricos:

2.1 Principios Básicos de filtros:

2.1.1 Concepto de filtro:

Un filtro eléctrico o filtro electrónico es un elemento que discrimina una determinada frecuencia o gama de frecuencias de una señal eléctrica que pasa a través de él, pudiendo modificar tanto su amplitud como su fase [10].

2.1.2 Tipos de filtros:

Existen distintas variedades de filtros atendiendo a la respuesta que se obtiene con cada uno, distinguimos por tanto entre:

- **Filtro Paso Bajo:** Las frecuencias aceptadas serán todas las que se encuentren entre los 0 Hz y la frecuencia de corte que se decidirá en base a un objetivo.

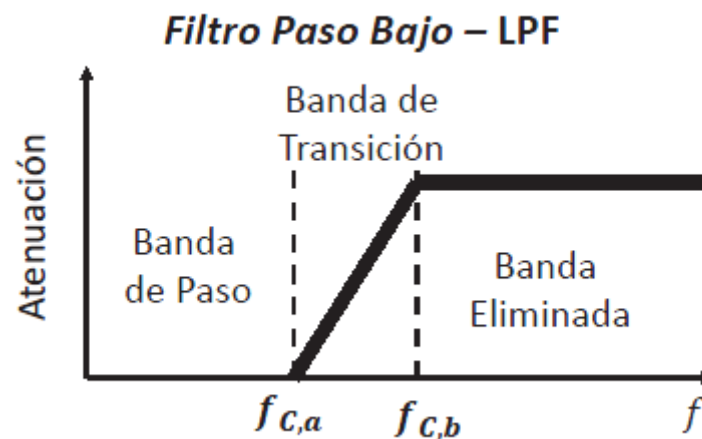


Figura 2.1 Filtro Paso Bajo [1]

- **Filtro Paso Banda:** Tan solo permitirá el paso de señal en un tramo de todo el espectro de frecuencias, que se encontrará entre las frecuencias $f_{1,b}$ y $f_{2,a}$.

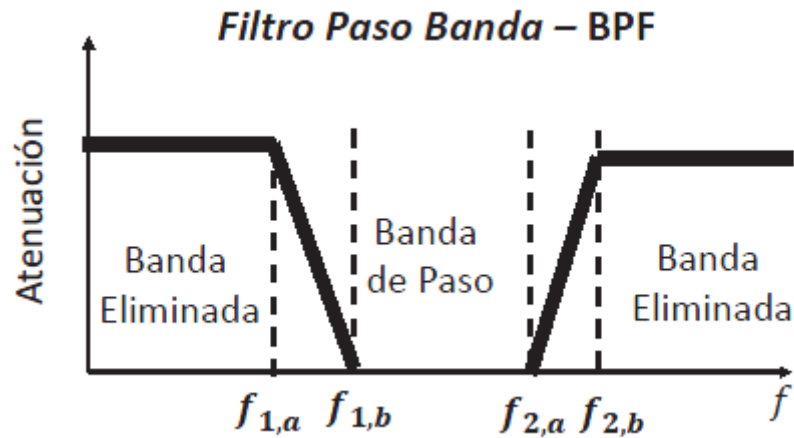


Figura 2.2 Filtro Paso Banda [1]

- **Filtro Paso Alto:** Rechaza las frecuencias desde 0 Hz hasta una frecuencia elegida por el diseñador denominada frecuencia de corte.

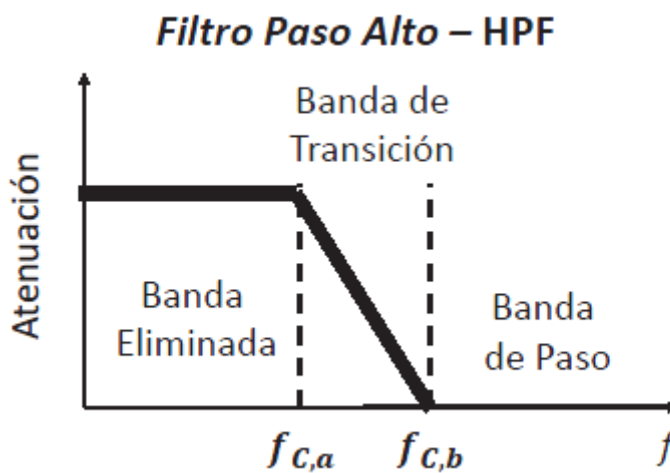


Figura 2.3 Filtro Paso Alto [1]

2.1.3 Parámetros S:

Para realizar un análisis de estos filtros recurriremos a menudo a los denominados parámetros S, los cuales proporcionan información del nivel de potencia que se obtienen en los terminales de entrada y salida, tal y como se muestra en la siguiente tabla:

PARÁMETRO S	NOMBRE	DESCRIPCIÓN	FÓRMULA
S_{11}	Reflexión a la entrada	Potencia que se refleja en el terminal 1 cuando se genera una onda incidente en el terminal 1	$s_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big _{a_2=0}$
S_{12}	Transmisión o ganancia inversa	Potencia que llega al terminal 1 cuando se alimenta la red por el terminal 2	$s_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big _{a_1=0}$
S_{21}	Transmisión o ganancia directa	Potencia que llega al terminal 2 cuando se alimenta la red por el terminal 1	$s_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big _{a_2=0}$
S_{22}	Reflexión a la salida	Potencia que se refleja en el terminal 2 cuando se genera una onda incidente en el terminal 2	$s_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big _{a_1=0}$

Tabla 2.1 Parámetros S [2]

Donde su expresión viene dada por el siguiente esquema:

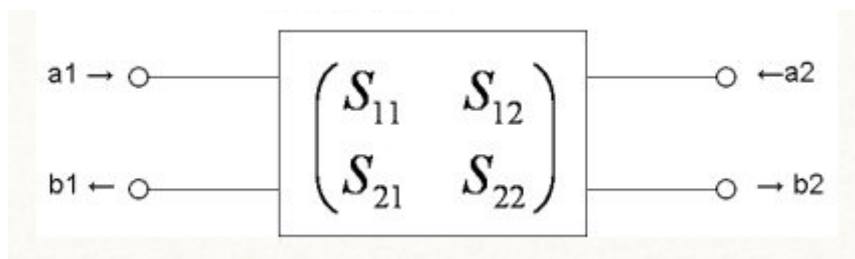


Figura 2.4 Cuadripolo Parámetros S [2]

2.2 Diseño de un filtro paso bajo:

Las pérdidas de inserción o en inglés Power loss ratio, son aquellas que producen atenuación en la intensidad de la señal, debido normalmente a la inserción de un dispositivo.

Según el tipo de respuesta buscada esas pérdidas pueden ser:

Máximamente plana (Butterworth):

$$P_{LR}(\omega) = 1 + k^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N}$$

Equirrizado (Chebyshev):

$$P_{LR}(\omega) = 1 + k^2 \left[T_N \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \right]^2$$

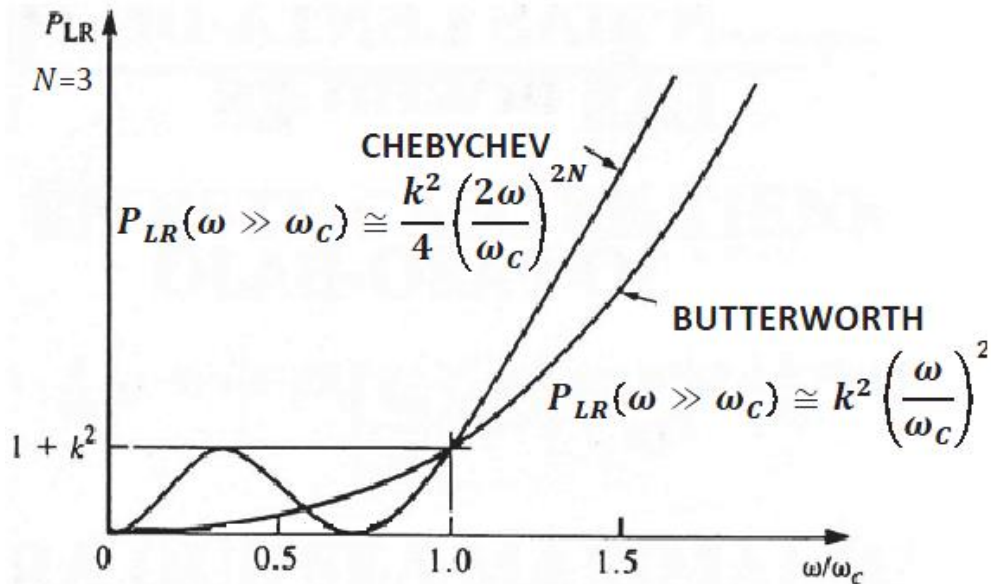


Figura 2.5 Pérdidas de inserción [1]

A partir de estas expresiones, escogiendo un orden N y un valor K (que controla el valor de la frecuencia de corte y el rizado) podemos igualar estas pérdidas de inserción con las del circuito siguiente:

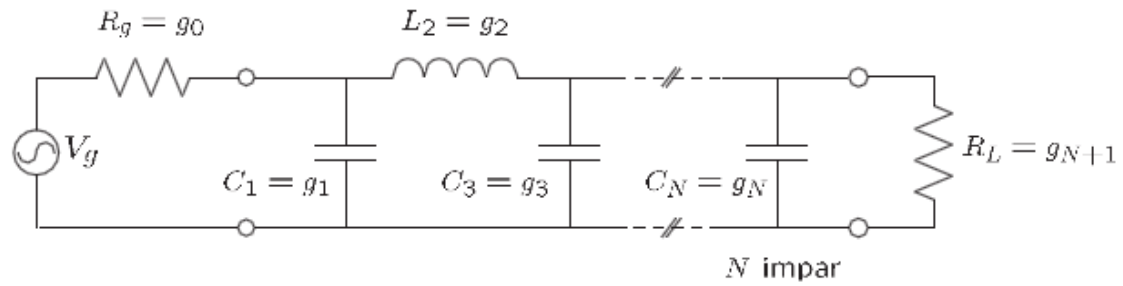


Figura 2.6 Filtro Elementos Concentrados [1]

De aquí se puede calcular los valores de g_i , que normalizados para g_0 y ω_c , tienen los siguientes valores:

Orden	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.0000	1.0000									
2	1.4142	1.4142	1.0000								
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000							
4	0.7654	1.8480	1.8480	0.7654	1.0000						
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000					
6	0.5176	1.4142	1.9320	1.9320	1.4142	0.5176	1.0000				
7	0.4450	1.2470	1.8020	2.0000	1.8020	1.2470	0.4450	1.0000			
8	0.3902	1.1111	1.6630	1.9620	1.9620	1.6630	1.1111	0.3902	1.0000		
9	0.3473	1.0000	1.5320	1.8790	2.0000	1.8790	1.5320	1.0000	0.3473	1.0000	
10	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9750	1.9750	1.7820	1.4142	0.9080	0.3129	1.0000

Tabla 2.2 Valores g_i $P_{LR} = 3\text{dB}$ Butterworth [1]

Orden	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	0.6986	1.0000									
2	1.4029	0.7071	1.9841								
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000							
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841						
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000					
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841				
7	1.7273	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7273	1.0000			
8	1.7451	1.2647	2.6364	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841		
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7230	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000	
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.2458	2.5239	0.8842	1.9841

Tabla 2.3 Valores g_i Rizado = 0.5dB Chebychev [1]

Sabiendo el orden del filtro, se puede modelar el filtro mediante elementos concentrados.

2.2.1 Elementos concentrados

Mediante este procedimiento se diseña el filtro usando simplemente condensadores y bobinas, con tantos elementos como indique el orden del filtro.






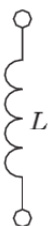
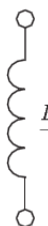

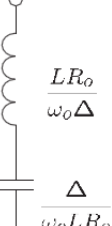
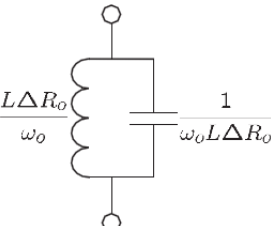
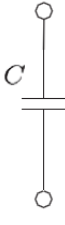

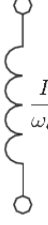
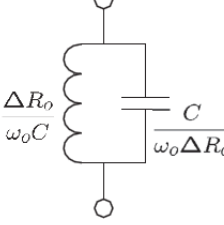
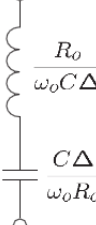
Normalizado	Paso Bajo	Paso Alto	Paso Banda	Banda Eliminada
 1	 R_0	 R_0	 R_0	 R_0
Transformación de frecuencia asociada	$\omega \leftarrow \frac{\omega}{\omega_c}$	$\omega \leftarrow -\frac{\omega_c}{\omega}$	$(\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}, \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2})$ $\omega \leftarrow \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$	$\omega \leftarrow \Delta \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) - 1$
 L	 $\frac{LR_0}{\omega_c}$	 $\frac{1}{\omega_c LR_0}$		
 C	 $\frac{C}{\omega_c R_0}$	 $\frac{R_0}{\omega_c C}$		

Tabla 2.4 Conversión Elementos Concentrados [1]

Este modelo es simple pero irrealizable en términos de construcción dado que para las bobinas y los condensadores tendrán unos valores muy distintos de los que se comercializan, es por ello que nos servirá como aproximación pero es necesario buscar otra alternativa para modelar la respuesta.

2.2.2 Síntesis con secciones cortas:

Es una forma sencilla y más realista de implementar filtros paso bajo, conocido también como hi-Z, low-Z.

La idea es alternar líneas de transmisión con impedancia alta e impedancia baja que cumpla con el criterio $\beta l_i < \pi/2$ [radianes]

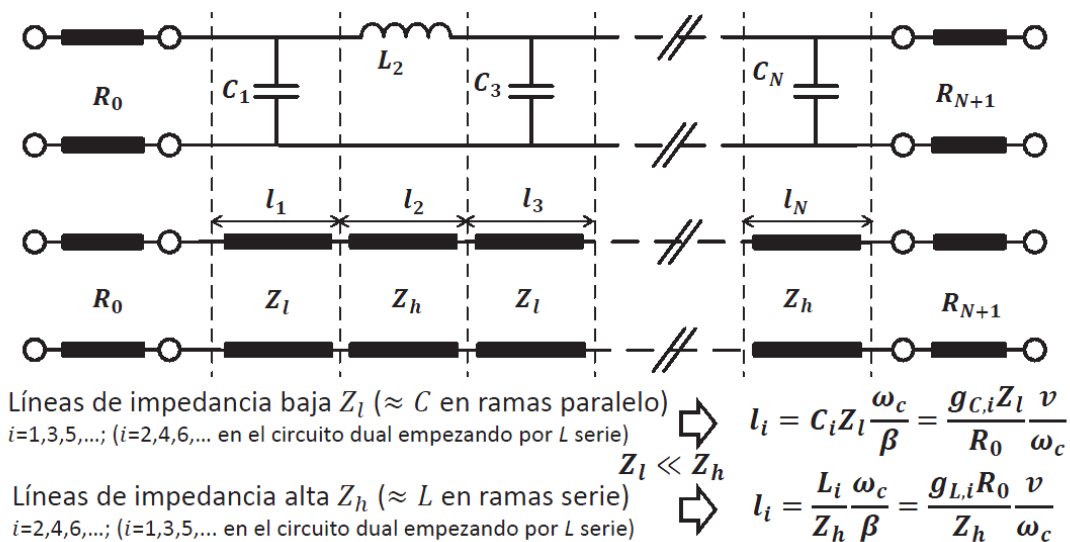


Figura 2.7 Secciones Cortas [1]

Como vemos cada sección corta se corresponde con un tramo de condensador o bobina.

El análisis de la sección lo contempla como si de un cuadripolo se tratara, de tal manera que a cada sección le corresponde una matriz ABCD

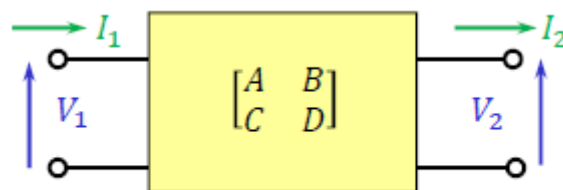


Figura 2.8 Cuadripolo Matriz ABCD [3]

Que queda determinada por las siguientes equivalencias:

$$\begin{aligned} A &= \cosh \gamma d & B &= Z_0 \sinh \gamma d \\ C &= \frac{1}{Z_0} \sinh \gamma d & D &= \cosh \gamma d \end{aligned}$$

Para el caso de líneas ideales, no hay pérdidas y por tanto: $\gamma = j\beta$

La matriz ABCD del filtro resulta de multiplicar la matriz ABCD de cada sección. La conversión a parámetro S se realiza según:

S	$ABCD$
S_{11}	$\frac{A + B/Z_0 - CZ_0 - D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{12}	$\frac{2(AD - BC)}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{21}	$\frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$
S_{22}	$\frac{-A + B/Z_0 - CZ_0 + D}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D}$

Tabla 2.5 Conversión Parámetros S Matriz ABCD [3]

2.3 Guía de Onda Rectangular:

Son uno de los primeros tipos de líneas de transmisión usadas para transportar señales de microondas. Existen muchas otras clases como el cable coaxial las líneas microstrip, fibra óptica...

Nos centraremos en la guía de onda rectangular que es la escogida para realizar el diseño del filtro.

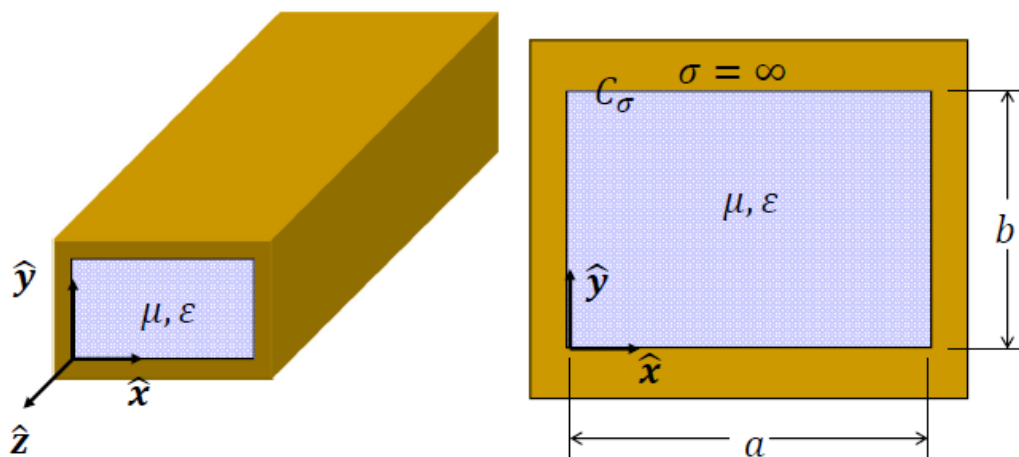


Figura 2.9 Dimensiones Guía de Onda [3]

Es una estructura formada por un conductor metálico que encierra un dieléctrico en su interior, la energía se propaga a través de la estructura, que se caracteriza por sus bajas pérdidas.

2.3.1 Modos de propagación

Modo Transversal Electromagnético (TEM): Las componentes de los campos eléctrico y magnético son nulas en la dirección de propagación [11].

Modo Transversal Eléctrico (TE): La componente del campo eléctrico es nula en la dirección de propagación.

Modo Transversal Magnético (TM): La componente del campo magnético es nula en la dirección de propagación.

Modo Híbrido: Las componentes de los campos eléctrico y magnético, no se anulan en la dirección de propagación.

Para la guía de onda rectangular que se contempla en este TFG tendremos infinitos modos TE y TM, pero ningún modo TEM dado que solo hay un conductor ni ningún modo híbrido.

El primer modo que se propaga por la guía de onda se le denomina *modo fundamental* al resto de modos cuya frecuencia está por encima del *fundamental* se le denomina *superiores*, característica de la guía es que no transmite información por debajo de esta frecuencia de corte del *modo fundamental*, al rango de frecuencias situado entre el *modo fundamental* y el primer *modo superior* se le denomina ancho de banda mono-modo.

Los modos disponibles para la guía de onda rectangular, son los siguientes:

TE _{mn} n (variaciones en y)				
m (variaciones en x)	0 0	0 1	0 2	0 3
	1 0	1 1	1 2	1 3
	2 0	2 1	2 2	2 3
	3 0	3 1	3 2	3 3

TM _{mn} n (variaciones en y)				
m (variaciones en x)	0 0	0 1	0 2	0 3
	1 0	1 1	1 2	1 3
	2 0	2 1	2 2	2 3
	3 0	3 1	3 2	3 3

Tabla 2.6 Modos de propagación [3]

La frecuencia de cada modo se obtiene según la expresión:

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}$$

Las dimensiones de la guía determinan el modo de operación de la misma, para el caso de este TFG se usará la WR-90.

Waveguide frequency bands and interior dimensions				
Frequency Band	Waveguide Standard	Frequency Limits (GHz)	Inside Dimensions (inches)	Inside Dimensions (mm)
	WR-2300	0.32 - 0.49	23.000 x 11.500	584.2 x 292.1
	WR-2100	0.35 - 0.53	21.000 x 10.500	533.4 x 266.7
	WR-1800	0.43 - 0.62	18.000 x 9.000	457.2 x 228.6
	WR-1500	0.49 - 0.74	15.000 x 7.500	381.0 x 190.5
	WR-1150	0.64 - 0.96	11.500 x 5.750	292.1 x 146.05
	WR-1000	0.75 - 1.1	9.975 x 4.875	253.365 x 126.6825
	WR-770	0.96 - 1.5	7.700 x 3.385	195.58 x 97.79
	WR-650	1.12 to 1.70	6.500 x 3.250	165.1 x 82.55
R band	WR-430	1.70 to 2.60	4.300 x 2.150	109.22 x 54.61
D band	WR-340	2.20 to 3.30	3.400 x 1.700	86.36 x 43.18
S band	WR-284	2.60 to 3.95	2.840 x 1.340	72.136 x 34.036
E band	WR-229	3.30 to 4.90	2.290 x 1.150	58.166 x 29.21
G band	WR-187	3.95 to 5.85	1.872 x 0.872	47.5488 x 22.1488
F band	WR-159	4.90 to 7.05	1.590 x 0.795	40.386 x 20.193
C band	WR-137	5.85 to 8.20	1.372 x 0.622	34.8488 x 15.7988
H band	WR-112	7.05 to 10.00	1.122 x 0.497	28.4988 x 12.6238
X band	WR-90	8.2 to 12.4	0.900 x 0.400	22.86 x 10.16
X-Ku band	WR-75	10.0 to 15.0	0.750 x 0.375	19.05 x 9.525
Ku band	WR-62	12.4 to 18.0	0.622 x 0.311	15.7988 x 7.8994
K band	WR-51	15.0 to 22.0	0.510 x 0.255	12.954 x 6.477
K band	WR-42	18.0 to 26.5	0.420 x 0.170	10.668 x 4.318

Tabla 2.7 Bandas de frecuencia y dimensiones Guía de Onda [4]

2.3.2 Impedancia de la guía:

La impedancia de la guía se evalúa dependiendo del modo de propagación en caso de modos TE viene dada por:

$$Z_{TE} = \frac{k\eta}{\beta}$$

Mientras que para modos TM es:

$$Z_{TM} = \frac{\beta\eta}{k}$$

Quantity	TE _{mn} Mode	TM _{mn} Mode
k	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\epsilon}$
k_c	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$	$\sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$
β	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$

Tabla 2.8 Parámetros Guía de Onda [5]

2.4 Método de los Elementos Finitos:

El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales.

Está pensado para su utilización con ordenadores y permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre geometrías complicadas.

Descripción del método:

El desarrollo de un algoritmo de elementos finitos para resolver un problema definido mediante ecuaciones diferenciales y condiciones de contorno requiere de las siguientes etapas:

1. El dominio de variables independientes (usualmente un dominio espacial) debe dividirse mediante una partición en subdominios, llamados elementos finitos. Asociada a la partición anterior se construye un espacio vectorial de dimensión finita, llamado espacio de elementos finitos. Siendo la solución

numérica aproximada obtenida por elementos finitos una combinación lineal en dicho espacio vectorial.

2. Se plantea entonces un sistema de ecuaciones con un número de ecuaciones finito. El número de incógnitas será igual a la dimensión del espacio vectorial de elementos finitos obtenido a lo que denominamos grados de libertad y, en general, cuanto mayor sean los grados de libertad tanto mejor será la aproximación numérica obtenida.
3. El último paso es el cálculo numérico de la solución del sistema de ecuaciones.

2.4.1 Tetraedros de Nedelec:

Su forma los convierte en los más usados en electromagnetismo cuando se trabaja con MEF.

Existen varios órdenes y dos especies, tanto al aumentar uno como el otro, aumenta el grado de libertad y como se ha comentado antes, la precisión en los resultados [6] [7].

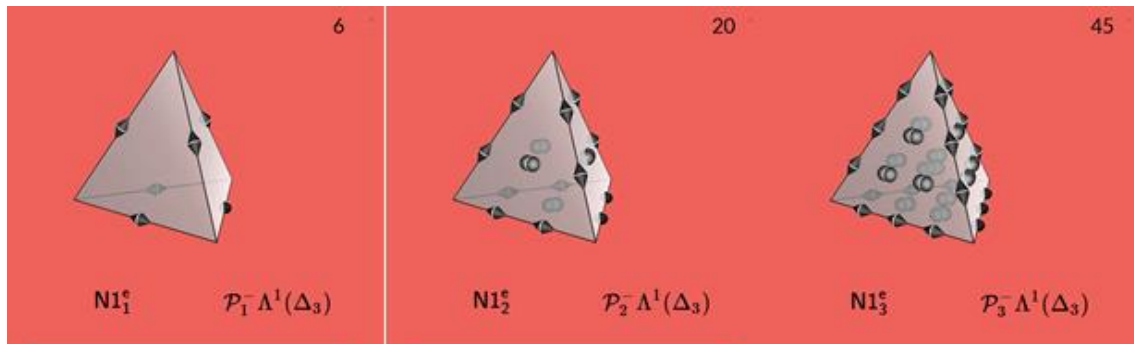


Figura 2.10 Nedelec primera especie órdenes 1 a 3 [6]

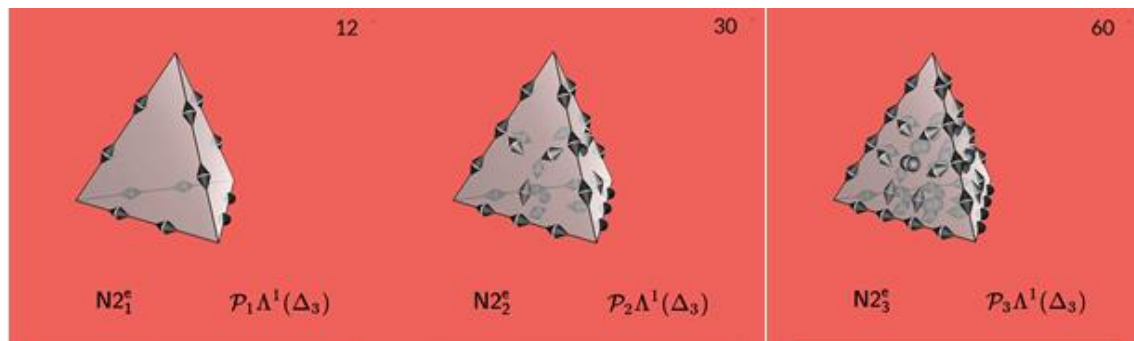


Figura 2.11 Nedelec segunda especie órdenes 1 a 3 [6]

3. Diseño y desarrollo:

3.1 Diseño del Filtro Paso Bajo:

En las siguientes secciones se abordará el diseño de un filtro pseudo-paso bajo, mediante la programación de distintos programas en lenguaje Python.

Para realizar el filtrado paso bajo desde un punto de vista circuital, necesitaremos elegir el orden N del filtro que coincide con el número de elementos del circuito, y un valor k que se relaciona con la frecuencia de corte y el rizado en la banda de paso. A partir de aquí calculamos las pérdidas de inserción y finalmente unos valores g_i que nos permitirán modelar el circuito.

3.1.1 Diseño con elementos concentrados:

Empezaremos modelando el filtro con elementos concentrados por ser el procedimiento más sencillo. El diseño se realizará con 7 secciones y pérdidas de retorno de 40dB :

S_{11}	-40dB						
N	7						
g_i	0.5354	1.1789	1.4636	1.5001	1.4636	1.1789	0.5354

Tabla 3.1 Valores g_i Pérdidas inserción 40dB

Para los cuales se consiguen unos valores de condensador y bobina siguiendo las transformaciones de frecuencia e impedancia [Tabla 2.4].

Dichos valores son:

- Condensador Sección 1: 0.931 pF
- Bobina Sección 2: 0.211 nH
- Condensador Sección 3: 2.547 pF
- Bobina Sección 4: 0.269 nH
- Condensador Sección 5: 2.547 pF
- Bobina Sección 6: 0.211 nH
- Condensador Sección 7: 0.931 pF

Cuya respuesta en ADS es:

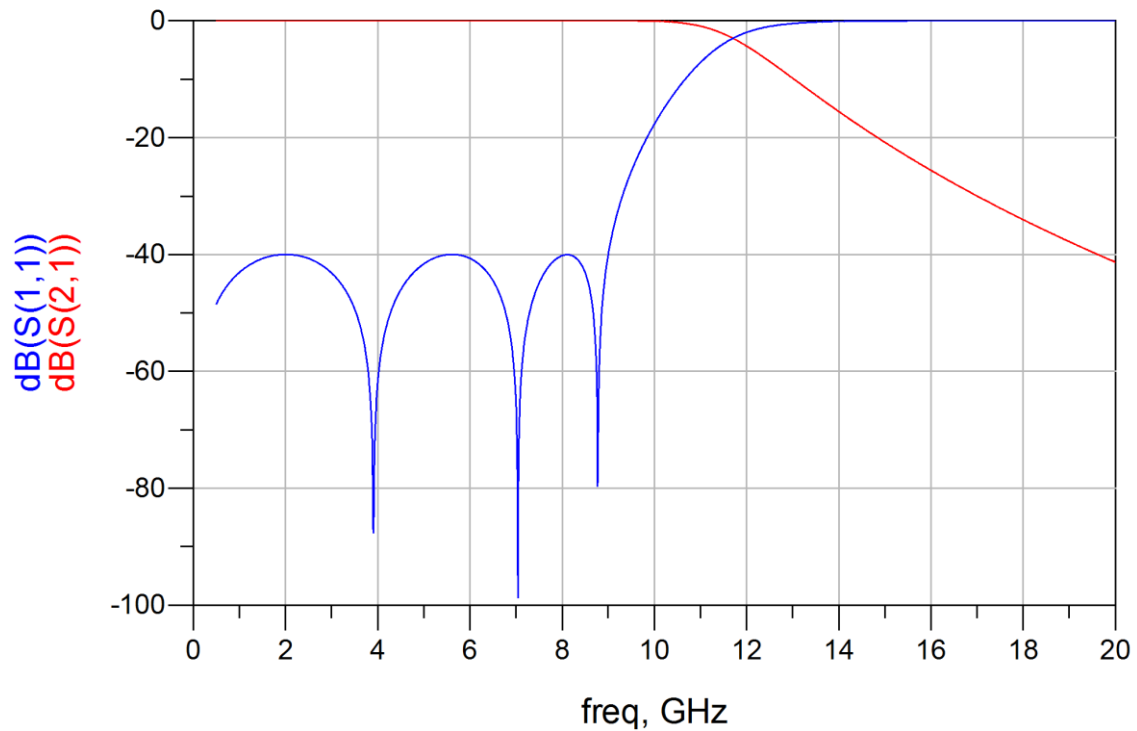


Figura 3.1 Respuesta ADS Elementos Concentrados

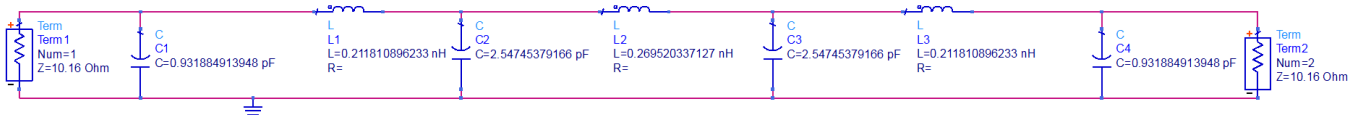


Figura 3.2 Circuito Elementos Concentrados

Tal y como se esperaba en reflexión representado por el parámetro S_{11} a la frecuencia de corte $f_c=9\text{GHz}$ tenemos -40dB, que se incrementa hasta alcanzar los 0dB como es habitual en los filtros paso bajo.

Como ya se comentó el problema de este modelo es la dificultad de encontrar valores exactos para nuestros capacitores e inductancias, lo que nos lleva a plantear el problema de otra manera.

3.1.2 Diseño con Secciones Cortas:

Buscaremos modelar la respuesta del filtro mediante secciones cortas, tal y como se presentó en [Tabla 2.4] de aquí nos interesa el valor $\theta = \beta l_i$ [radianes]:

- Impedancia Baja Sección 1: 0.3011 [rad]
- Impedancia Alta Sección 2: 0.7906 [rad]
- Impedancia Baja Sección 3: 0.8232 [rad]
- Impedancia Alta Sección 4: 1.0060 [rad]
- Impedancia Baja Sección 5: 0.8232 [rad]
- Impedancia Alta Sección 6: 0.79060 [rad]
- Impedancia Baja Sección 7: 0.30116 [rad]

Su respuesta en ADS es:

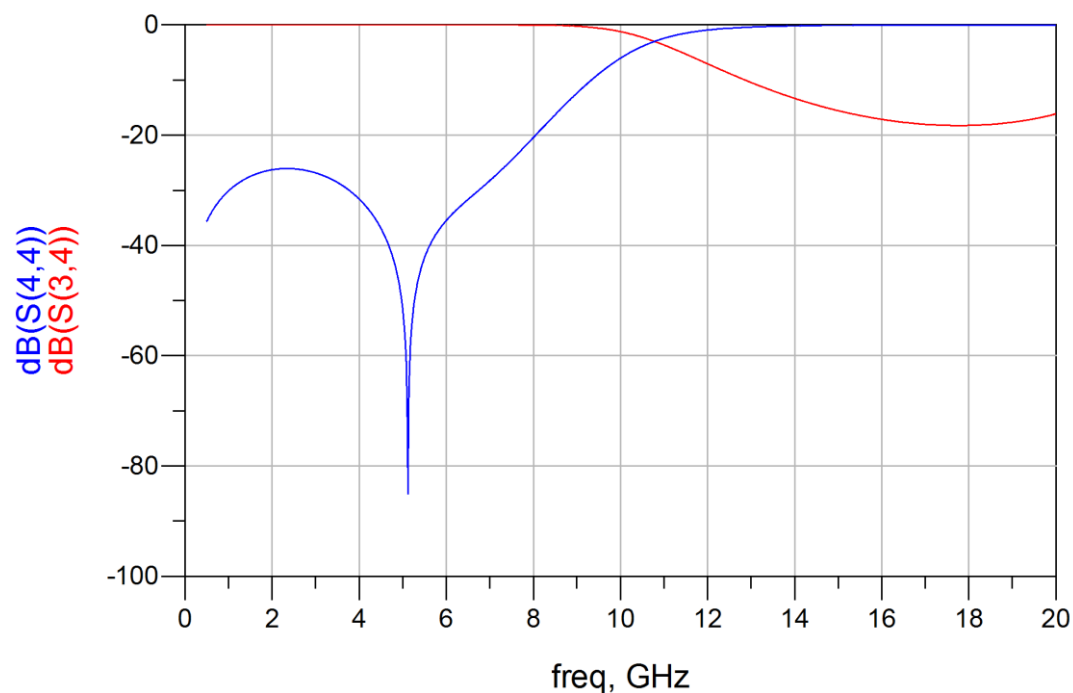


Figura 3.3 Respuesta ADS Secciones Cortas

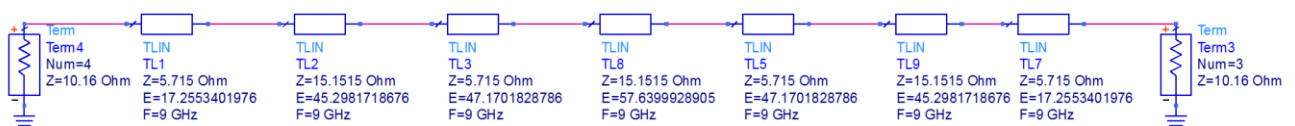


Figura 3.4 Circuito Secciones Cortas

La respuesta es distinta a la obtenida con elementos concentrados, dista más del resultado ideal, pero se solventa el problema de la construcción.
Con estos resultados podemos pasar a dimensionar cada una de las secciones de nuestro filtro en guía de onda rectangular.

3.1.3 Diseño con Guía de Onda

En primer lugar hay que tener en cuenta que trabajamos con la WR-90 como puerto de entrada y salida, a una frecuencia de corte de 9GHz, la cual está dentro del ancho de banda mono-modo, recordemos que éste es de 6.56GHz-13.1234GHz.

Decidimos hacer un filtro plano E, es decir, la dimensión a es la misma en todas las secciones del filtro.

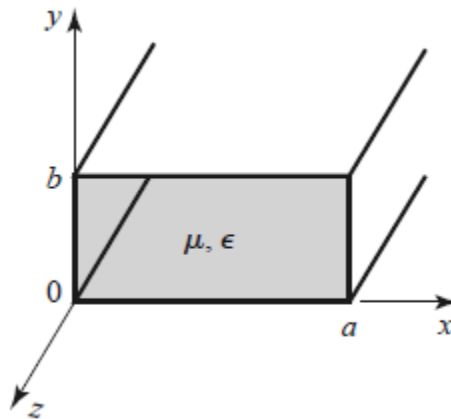


Figura 3.5 Dimensiones Guía de Onda [5]

Esto significa que tenemos que establecer un criterio para elegir los valores que debe tomar la dimensión b de cada una de las secciones.

Las dimensiones de una guía establecen las frecuencias de corte de cada uno de los modos de propagación, por lo que habrá que tener especial cuidado en no limitar dicha propagación antes de lo debido, es decir, antes de la frecuencia de corte elegida para el filtro.

El criterio establecido será, que la frecuencia correspondiente a al modo TE_{01} en caso de secciones con impedancia baja, sea el doble que la frecuencia del modo TE_{10} , mientras que en secciones con impedancia alta sea un 10% superior a la frecuencia de corte.

$$B_{min} = \frac{c}{2 \cdot (f_{te10} \cdot 2)} \text{ y } B_{max} = \frac{c}{2 \cdot (f_c \cdot 1.1)}$$

De manera que en frecuencia quedaría el siguiente esquema:

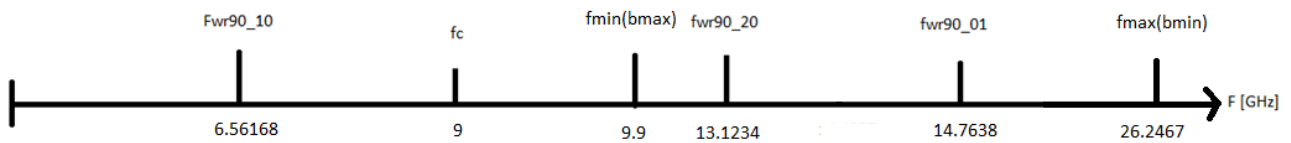


Figura 3.6 Línea de frecuencias Filtro Guía de Onda

La siguiente decisión de diseño a tomar, es elegir cual será el valor de impedancia de cada sección, pues es necesario a la hora de modelar el problema con secciones cortas, de manera que nos proporcione la longitud de la guía.

Establecemos que la Impedancia de la guía tomará el valor de la dimensión b de su correspondiente sección, luego el valor de R_0 es igual a 10.16mm .

El programa de modelado de secciones cortas arroja los siguientes resultados:

```
Sección: 1
Longitud de la guía: 0.00233436 m
Dimensión B: 0.005715 m
Dimensión A: 0.02286 m
Beta de la guía: 129.013
Impedancia del modo: 550.808 Ohm
Longitud en seccion corta (1/lambda): 0.301162
Parámetro G: 0.5354
```

```
Sección: 2
Longitud de la guía: 0.00612749 m
Dimensión B: 0.0151515 m
Dimensión A: 0.02286 m
Beta de la guía: 129.013
Impedancia del modo: 550.808 Ohm
Longitud en seccion corta (1/lambda): 0.790523
Parámetro G: 1.1789
```

```
Sección: 3
Longitud de la guía: 0.00638135 m
Dimensión B: 0.005715 m
Dimensión A: 0.02286 m
Beta de la guía: 129.013
Impedancia del modo: 550.808 Ohm
Longitud en seccion corta (1/lambda): 0.823275
Parámetro G: 1.4636
```

Sección: 3
Longitud de la guía: 0.00638135 m
Dimensión B: 0.005715 m
Dimensión A: 0.02286 m
Beta de la guía: 129.013
Impedancia del modo: 550.808 Ohm
Longitud en sección corta (1/lambda): 0.823275
Parámetro G: 1.4636

Sección: 4
Longitud de la guía: 0.00779697 m
Dimensión B: 0.0151515 m
Dimensión A: 0.02286 m
Beta de la guía: 129.013
Impedancia del modo: 550.808 Ohm
Longitud en sección corta (1/lambda): 1.00591
Parámetro G: 1.5001

Sección: 5
Longitud de la guía: 0.00638135 m
Dimensión B: 0.005715 m
Dimensión A: 0.02286 m
Beta de la guía: 129.013
Impedancia del modo: 550.808 Ohm
Longitud en sección corta (1/lambda): 0.823275
Parámetro G: 1.4636

Sección: 6
Longitud de la guía: 0.00612749 m
Dimensión B: 0.0151515 m
Dimensión A: 0.02286 m
Beta de la guía: 129.013
Impedancia del modo: 550.808 Ohm
Longitud en sección corta (1/lambda): 0.790523
Parámetro G: 1.1789

Sección: 7
Longitud de la guía: 0.00233436 m
Dimensión B: 0.005715 m
Dimensión A: 0.02286 m
Beta de la guía: 129.013
Impedancia del modo: 550.808 Ohm
Longitud en sección corta (1/lambda): 0.301162
Parámetro G: 0.5354

Los valores de Impedancia del modo y β de la guía están referidos al primer modo o modo fundamental que como ya se ha comentado es el TE_{10} , por tratarse de un filtro plano E los valores son los mismos para todas las secciones pues solo dependen del valor de su dimensión a que es la misma para todas.

Con estos valores se puede construir ya el filtro en guía de onda pues ya tenemos todas las dimensiones necesarias.

Se hará uso de CST, para simular el filtro, donde el modelado queda de la siguiente manera:

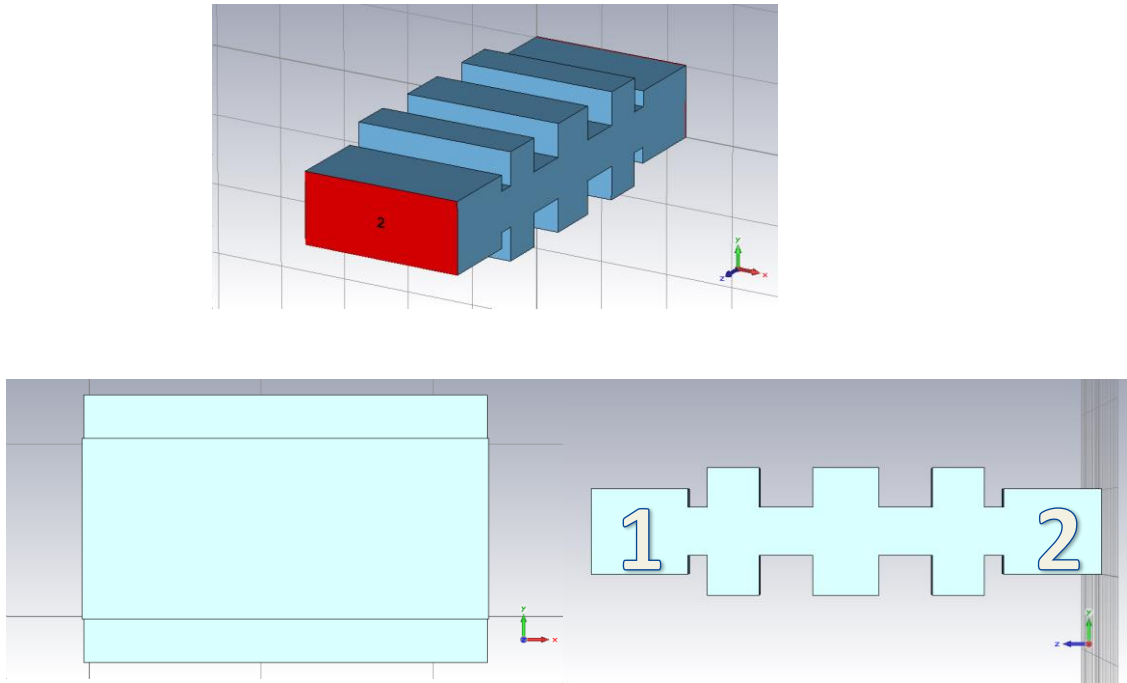


Figura 3.7 Filtro Paso Bajo CST

Como se puede apreciar en las imágenes [Figura 3.7] la dimensión a se mantiene fija (a 22.86mm) mientras que la dimensión b al igual que la longitud de la sección va cambiando. Las secciones marcadas con 1 y 2 son la WR-90 de salida y entrada respectivamente.

La respuesta en parámetros S es la siguiente:

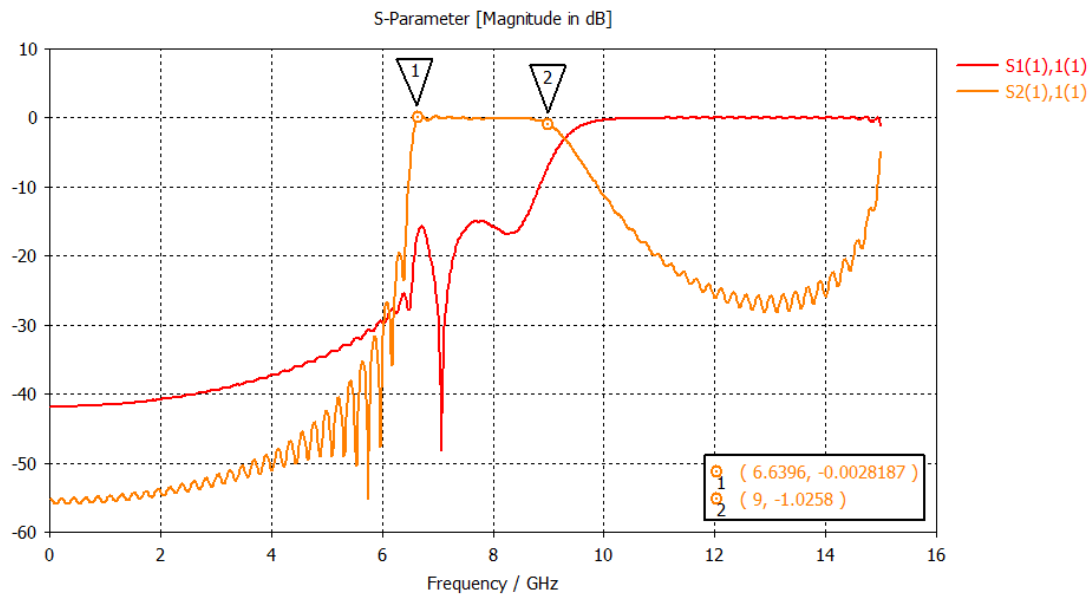


Figura 3.8 Respuesta Filtro Paso Bajo CST [9]

En rojo se muestra el comportamiento del parámetro S_{11} y en naranja el del parámetro S_{21} .

Como era de esperar la propagación da comienzo a partir de la frecuencia de 6.6396 GHz y empieza a atenuarse a partir de 9 GHz, comportamiento limitado por un lado por la frecuencia del modo fundamental de una guía de onda rectangular (6.56168GHz del cálculo teórico) y por otro por nuestra frecuencia de corte.

3.2 Evaluación de la estructura con Elementos Finitos

En las siguientes secciones, investigaremos como reducir tiempos de simulación sin perder de vista el factor de calidad, para ello asumiremos que la respuesta más realista es la que nos ofrece el software CST.

Emplearemos en este caso el software GMSH (<http://geuz.org/gmsh/>) el cual nos ayudará en el proceso de mallado de nuestra estructura usando el método de los elementos finitos y el software DOLFIN [8] que nos proporcionará una solución al sistema de ecuaciones adecuado.

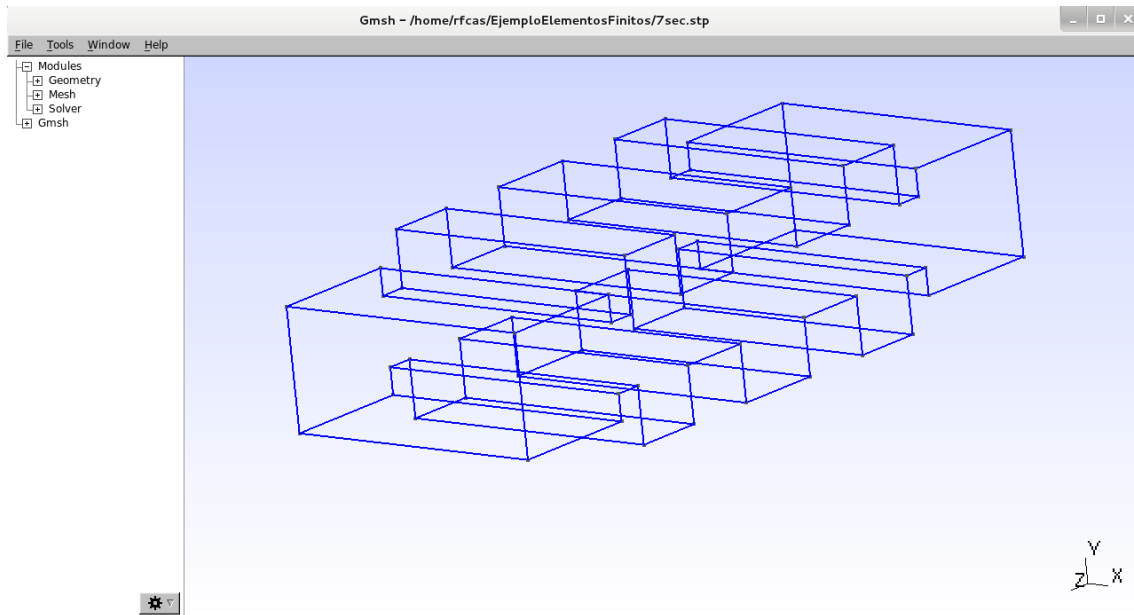


Figura 3.9 Filtro Paso Bajo GMSH

3.2.1 Mallado GMSH 3D

Empezaremos usando el mallado por defecto, el cual no consta de muchos puntos y es un buen punto de partida para empezar.

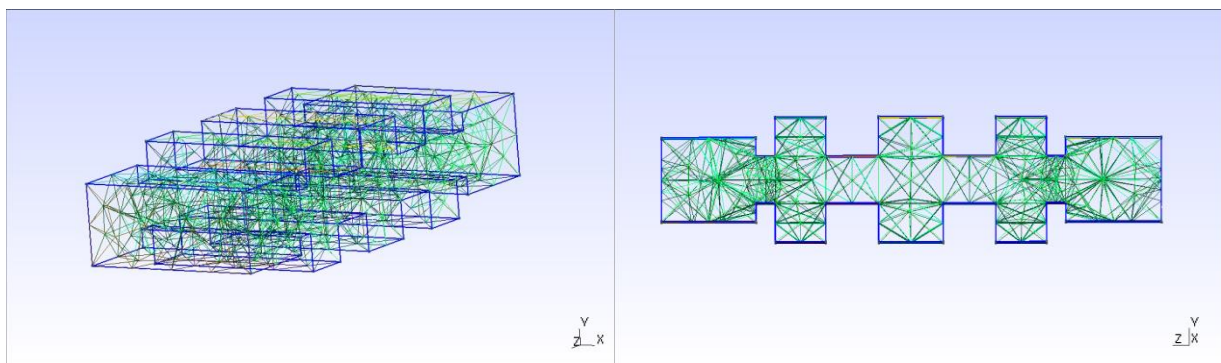


Figura 3.10 Mallado GMSH 3D

Con este mallado trataremos de lograr la mejor precisión con un tiempo de simulación que resulte razonable, nos valdremos de la teoría de los elementos finitos que nos ofrece una buena perspectiva del problema.

Mediando este modelo logramos distintos grados de libertad, analizaremos primero los de primera especie y posteriormente los de segunda especie.

El análisis se realizara en el rango de frecuencias de 3GHz a 15GHz por considerase un buen margen en base a la respuesta en CST vista con anterioridad, se escogerán un total de 300 puntos equiespaciados en ese rango de frecuencias.

3.2.1.1 Tiempo de ejecución y grados de libertad:

A continuación se muestran los resultados cuantitativos de los 3 distintos órdenes que usaremos para el Nedelec de primera especie:

Number of dofs= 2259			
Summary of timings	Average time	Total time	Reps
Apply (PETScMatrix)	0.00050843	0.0010169	2
Apply (PETScVector)	7.4665e-05	0.00044799	6
Assemble cells	0.016798	0.033596	2
Assemble exterior facets	0.13537	0.27074	2
Build mesh number mesh entities	0.010077	0.010077	1
Build sparsity	0.0046412	0.018565	4
Delete sparsity	5.2452e-06	2.0981e-05	4
Init MPI	0.078524	0.078524	1
Init PETSc	0.0013978	0.0013978	1
Init dofmap	0.018239	0.018239	1
Init dofmap from UFC dofmap	0.010935	0.010935	1
Init tensor	0.0010108	0.0040431	4
LU solver	0.010586	6.3518	600
PETSc LU solver	0.010521	6.3123	600
SCOTCH graph ordering	0.001575	0.001575	1
compute connectivity 2 - 3	0.00043201	0.00043201	1
compute entities dim = 1	0.009795	0.009795	1
compute entities dim = 2	0.0038159	0.0038159	1

Number of dofs= 10878			
Summary of timings	Average time	Total time	Reps
Apply (PETScMatrix)	0.0023561	0.0047121	2
Apply (PETScVector)	5.7141e-05	0.00034285	6
Assemble cells	0.15016	0.30032	2
Assemble exterior facets	0.19212	0.38423	2
Build mesh number mesh entities	0.005733	0.011466	2
Build sparsity	0.019769	0.079075	4
Delete sparsity	2.7418e-06	1.0967e-05	4
Init MPI	0.097558	0.097558	1
Init PETSc	0.0016899	0.0016899	1
Init dofmap	0.095524	0.095524	1
Init dofmap from UFC dofmap	0.012521	0.012521	1
Init tensor	0.0009616	0.0038464	4
LU solver	0.041827	25.096	600
PETSc LU solver	0.04177	25.062	600
SCOTCH graph ordering	0.016694	0.016694	1
compute connectivity 2 - 3	0.00050402	0.00050402	1
compute entities dim = 1	0.011043	0.011043	1
compute entities dim = 2	0.0049469	0.0049469	1

Number of dofs= 29985			
Summary of timings	Average time	Total time	Reps
Apply (PETScMatrix)	0.0057424	0.011485	2
Apply (PETScVector)	2.1776e-05	0.00013065	6
Assemble cells	1.328	2.656	2
Assemble exterior facets	0.16572	0.33143	2
Build mesh number mesh entities	0.001478	0.0044339	3
Build sparsity	0.097778	0.39111	4
Delete sparsity	2.7418e-06	1.0967e-05	4
Init MPI	0.099134	0.099134	1
Init PETSc	0.001862	0.001862	1
Init dofmap	0.4085	0.4085	1
Init dofmap from UFC dofmap	0.0056989	0.0056989	1
Init tensor	0.0010015	0.0040061	4
LU solver	0.29114	174.69	600
PETSc LU solver	0.29108	174.65	600
SCOTCH graph ordering	0.064155	0.064155	1
compute connectivity 2 - 3	0.00037503	0.00037503	1
compute entities dim = 1	0.004035	0.004035	1
compute entities dim = 2	0.005836	0.005836	1

Tabla 3.2 Tiempos ejecución y DOFS Nedelec primera especie Orden 1 a 3

Los datos que a priori nos resultaran más interesantes, son los referentes a tiempos de ejecución, que como se puede ver aumentan conforme aumenta el orden del Nedelec, dicho de otra forma, cuanto mayor es el grado de libertad, mayor es el tiempo de ejecución.

Pasamos ahora al Nedelec de segunda especie:

Number of dofs= 4518			
LU solver	0.018241	10.945	600

Number of dofs= 16317			
LU solver	0.090074	54.045	600

Figura 3.11 Tiempos ejecución y DOFS Nedelec segunda especie Orden 1 y 2

Habiendo cambiado la especie del Nedelec, vemos que para un mismo orden, entre primera especie y segunda hay un incremento de grados de libertad asociado como ya hemos visto a un incremento de tiempos de simulación. Será necesario nuevamente ver la respuesta para poder discernir cual será la respuesta más conveniente.

3.2.1.2 Respuesta del filtro

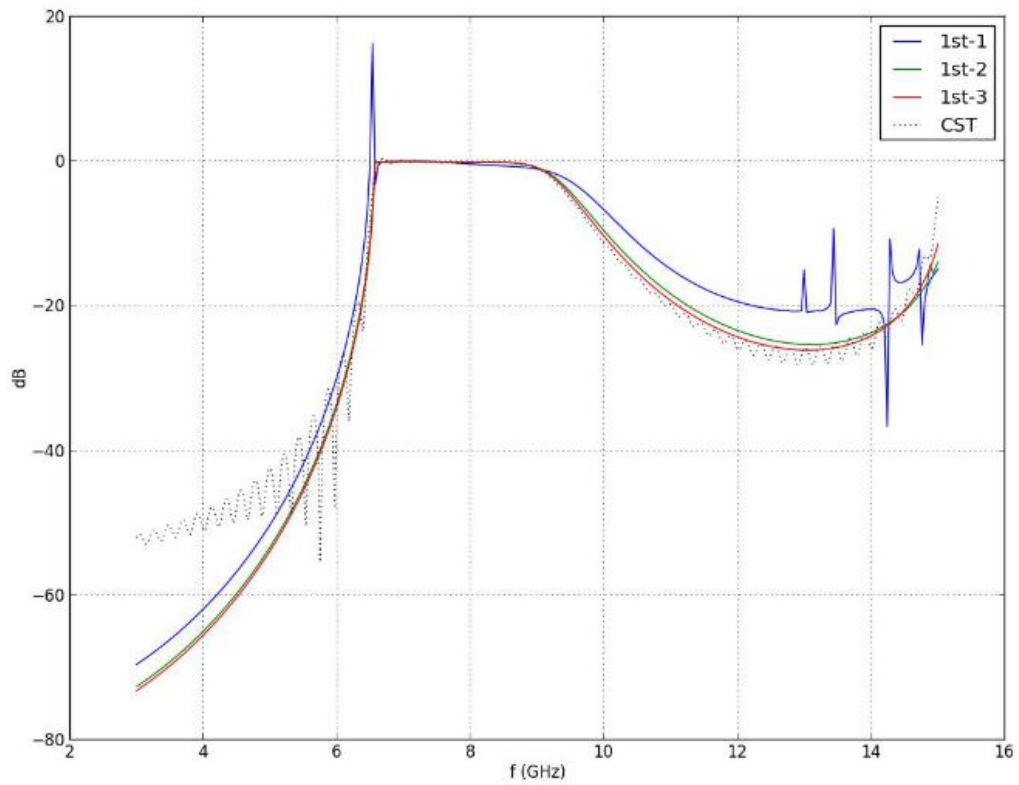


Figura 3.12 Parámetro S_{21} Nedelec primera especie orden 1 a 3

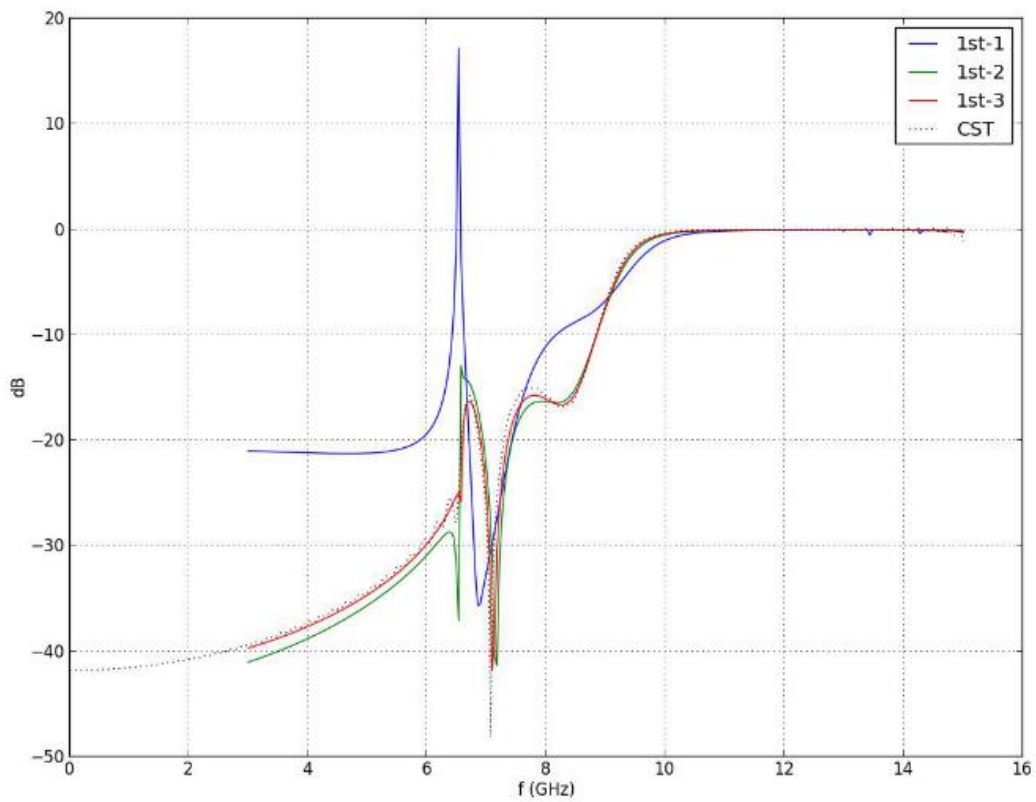


Figura 3.13 Parámetro S_{11} Nedelec primera especie orden 1 a 3

La respuesta alcanzada en el parámetro S_{21} es bastante buena a partir del orden 2 mientras que parece más complejo llegar a una respuesta aceptable para el parámetro S_{11} la respuesta de orden 3 es la mas precisa hasta el momento, pero incrementando notablemente el tiempo invertido, pues pasamos de los 25.096 segundos del orden 2 a los 174.69 del orden 3, es decir, un incremento del 696.08%, podemos concluir en base a la respuesta en transmisión y no en reflexión que para este caso el orden 2 sería suficiente, mientras que la respuesta para el orden 1 carece de sentido teórico pues en ningún caso la respuesta del parámetro S_{21} puede superar 0dB.

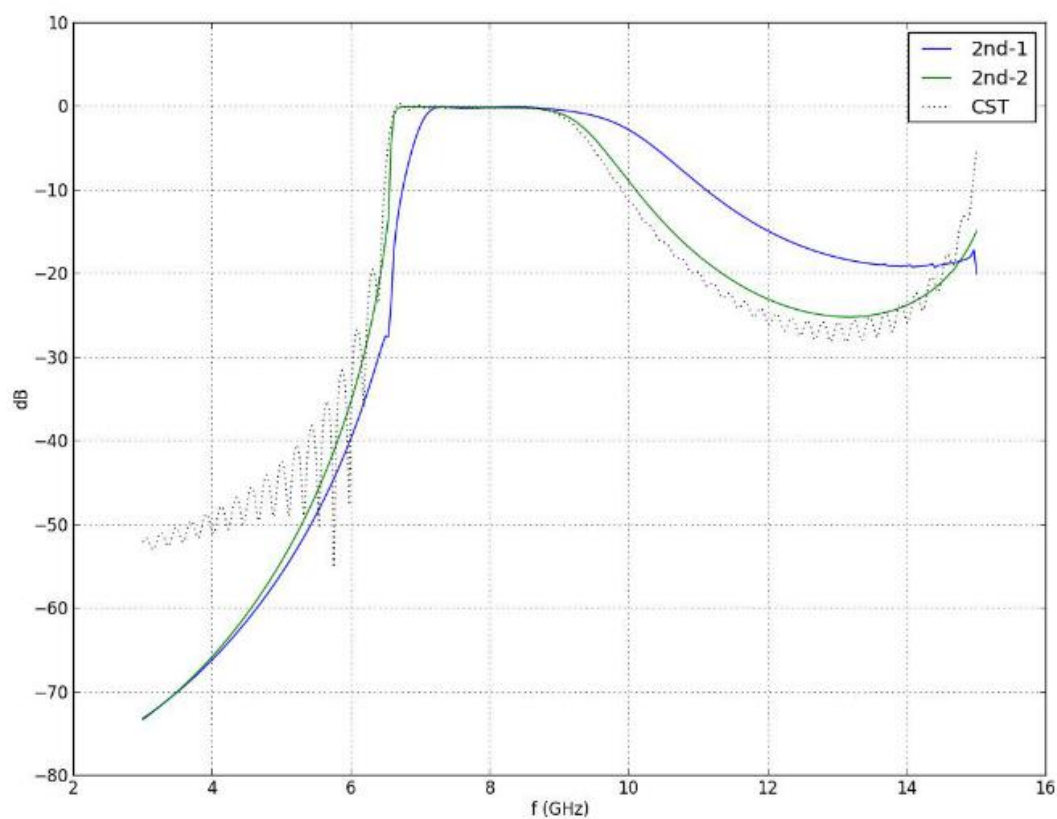


Figura 3.14 Parámetro S_{21} Nedelec segunda especie orden 1 y 2

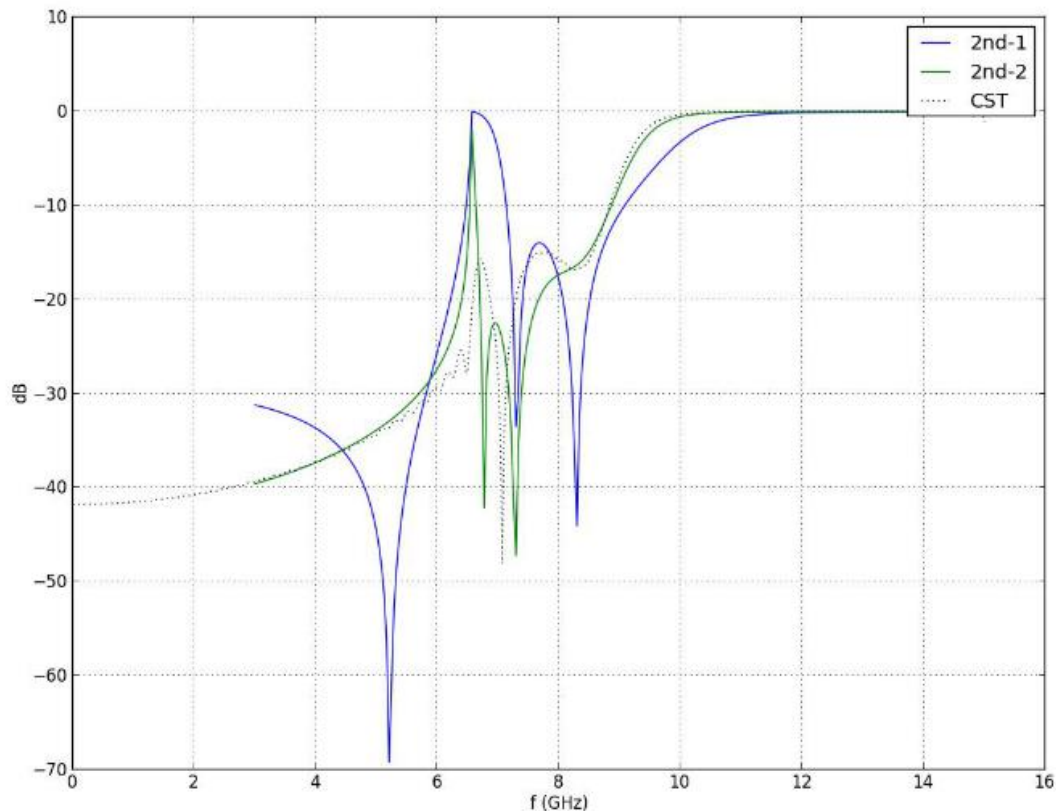


Figura 3.15 Parámetro S_{11} Nedelec segunda especie orden 1 y 2

Para el primer orden obtenemos una respuesta bastante aceptable en el S_{21} y algo mejor en el S_{11} que su homónima de primera especie, con un tiempo total de ejecución de 10.945 segundos, por otro lado en el orden dos de segunda especie, vemos un empobrecimiento en la respuesta del S_{11} en comparación con su homónima de primera especie, por otro lado y al igual que antes el comportamiento general conforme aumenta el orden es mejor.

Concluimos que la respuesta más precisa es la del Nedelec de primera especie orden 3, el problema es la gran cantidad de tiempo que necesita para ejecutarse, por otro lado las respuestas de primera especie de orden 2 o de segunda especie orden 1 son ya bastante similares si prestamos solo atención al parámetro S_{21} , teniendo éste último una respuesta ligeramente peor al primera especie orden 2 pero con un tiempo de ejecución de tan sólo el 43.61%, para el parámetro S_{11} tan solo la respuesta del primera especie orden 3 es adecuada, el resto difiere bastante del conseguido mediante CST.

3.2.2 Mallado 3D Netgen

Analizaremos ahora una optimización en el mallado, donde emplearemos la mejora de Netgen que provee el software de mallado GMSH.

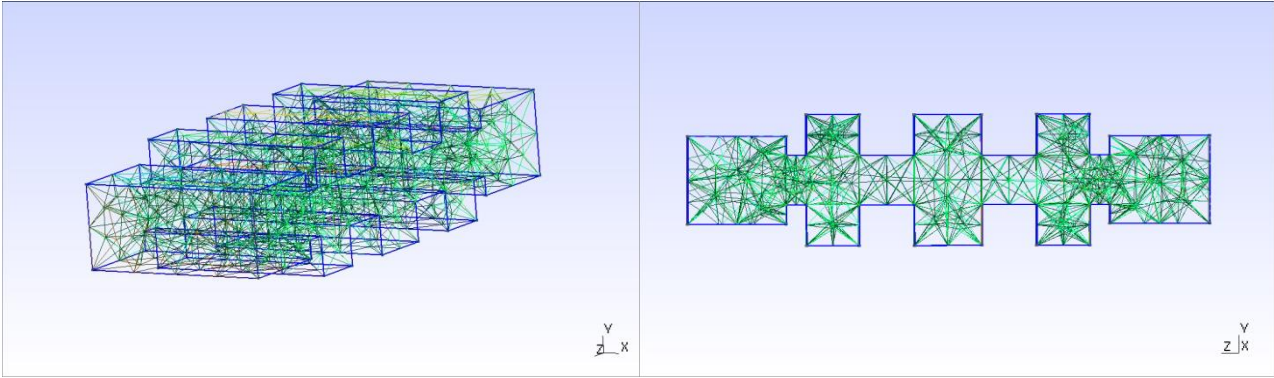


Figura 3.16 Mallado 3D Netgen

La densidad del mallado es mayor, lograremos así una mayor precisión en los resultados. Al igual que con el anterior mallado empezaremos con la presentación de los resultados de Nedelec primera especie para los tres primeros órdenes.

3.2.2.1 Tiempo de ejecución y grados de libertad

Number of dofs= 3153			
LU solver	0.011252	6.7512	600
Number of dofs= 15606			
LU solver	0.089964	53.978	600
Number of dofs= 43692			
LU solver	0.57576	345.45	600
Number of dofs= 6306			
LU solver	0.027117	16.27	600
Number of dofs= 23409			
LU solver	0.21157	126.94	600

Figura 3.17 Tiempos ejecución y DOFS Nedelec segunda especie Orden 1 y 2

Nuevamente vemos que conforme aumenta el grado aumenta el número de grados de libertad, por otro lado para un mismo tipo de elemento, por ejemplo el Nedelec primera especie orden dos, el número de grados de libertad aumenta para los distintos mallados, lo que a priori debería traducirse en una mejora en la precisión de los resultados.

3.2.2.2 Respuesta del filtro

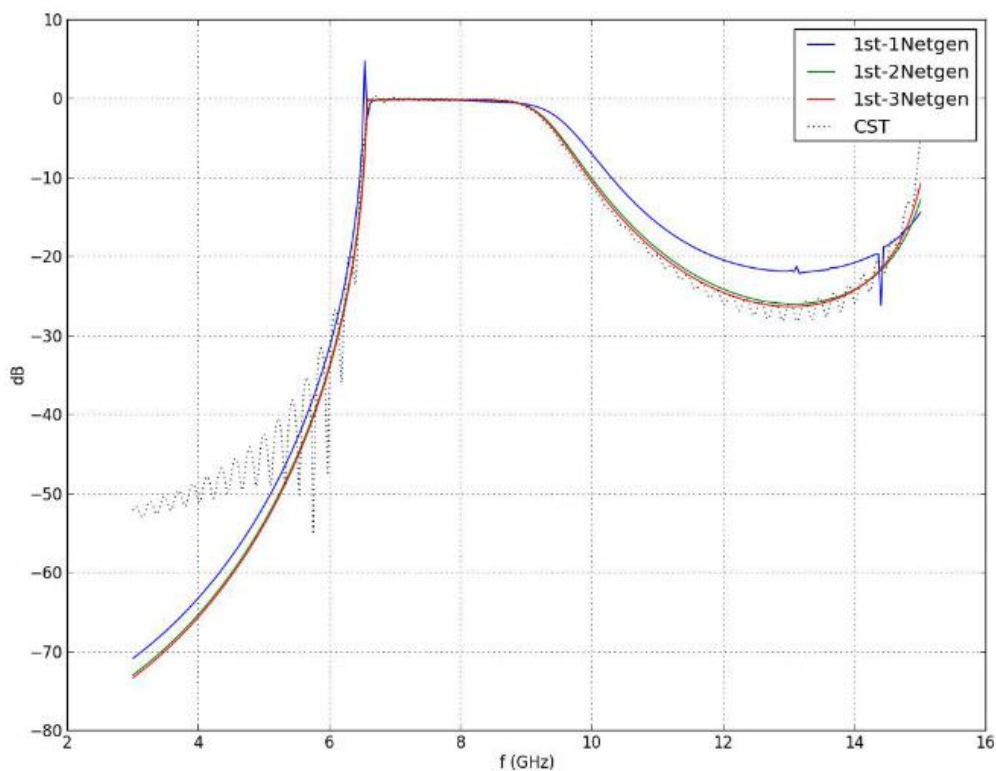


Figura 3.18 Parámetro S_{21} Nedelec primera especie orden 1 a 3

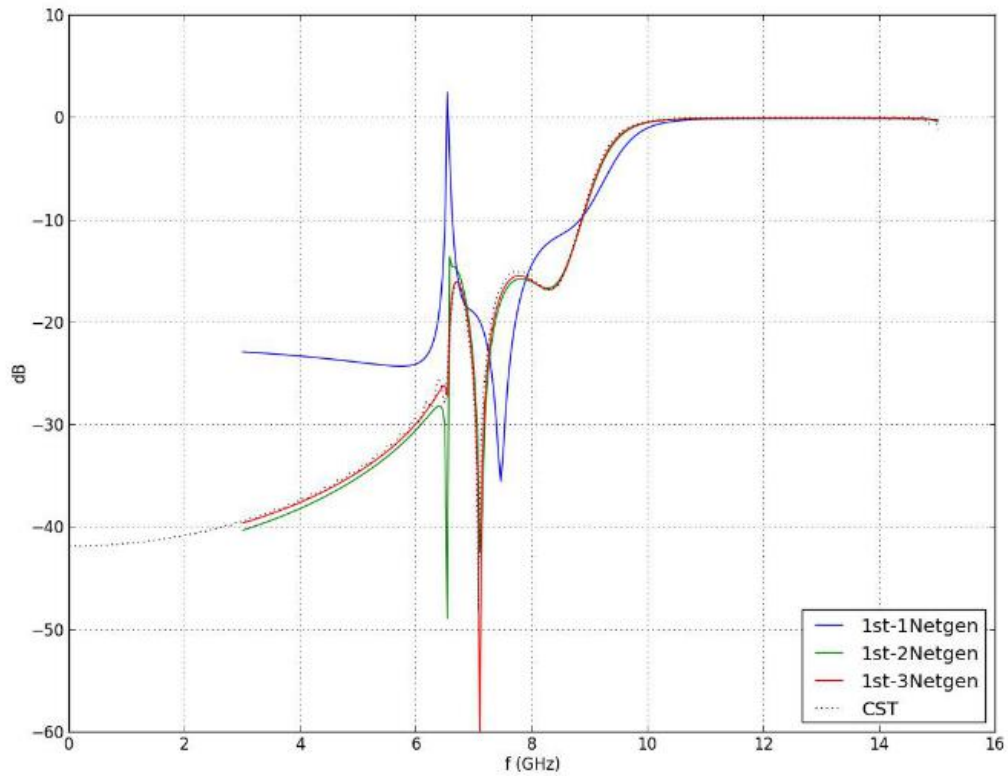


Figura 3.19 Parámetro S_{11} Nedelec primera especie orden 1 a 3

La optimización en el mallado logra una respuesta en el primera especie de orden 2 y 3 similar, mejorando los resultados que se vieron con el mallado menos denso que ofrece GMSH por defecto, alcanzando un nivel de precisión alto para el parámetro S_{21} , al igual que sucedía con el mallado 3D sin optimizar la respuesta de orden 1 para el parámetro S_{21} y el parámetro S_{11} carece de sentido teórico pues supera los 0dB en determinados puntos.

En cuanto al parámetro S_{11} , la respuesta en el orden 3 es la que más se asemeja a la obtenida con el software CST, y al igual que antes tanto para el orden 2 y el orden 3 se alcanzan mejores resultados que con el mallado 3D por defecto.

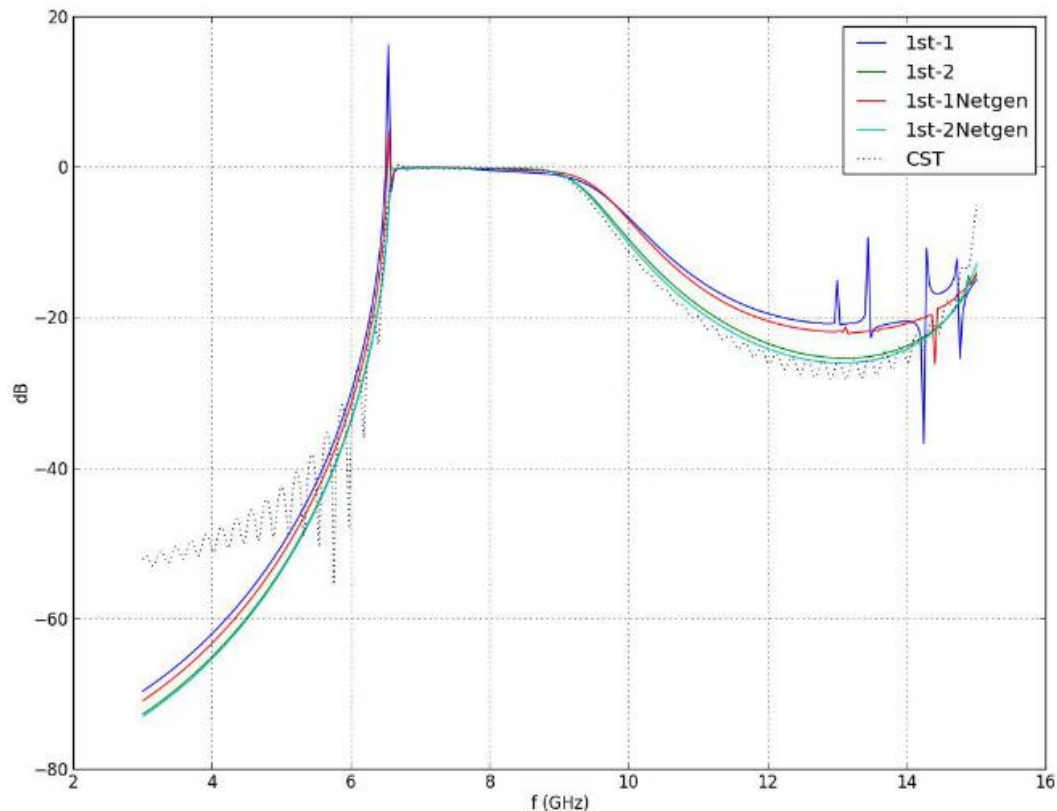


Figura 3.20 Comparativa mallado

Comparamos ahora esta respuesta con las correspondientes a los Nedelec de primera y segunda especie del mismo orden pero con el mallado sin la optimización, en cuanto a tiempos conseguimos 6.7512 segundos por los 6.3518 segundos del primera especie y los 10.945 segundos del segunda especie, en cuanto a su respuesta comparada con la obtenida por CST, parece más acertada la que optimiza el mallado, luego para un orden bajo parece más fiable aumentar el mallado tanto por eficiencia como por precisión.

Analizando la respuesta es bastante similar a la alcanzada con el mallado sin optimizar para primera especie de orden 2, la diferencia de tiempos es de 24.118 segundos más optimizando el mallado, lo que nos lleva a elegir la opción con el mallado por defecto.

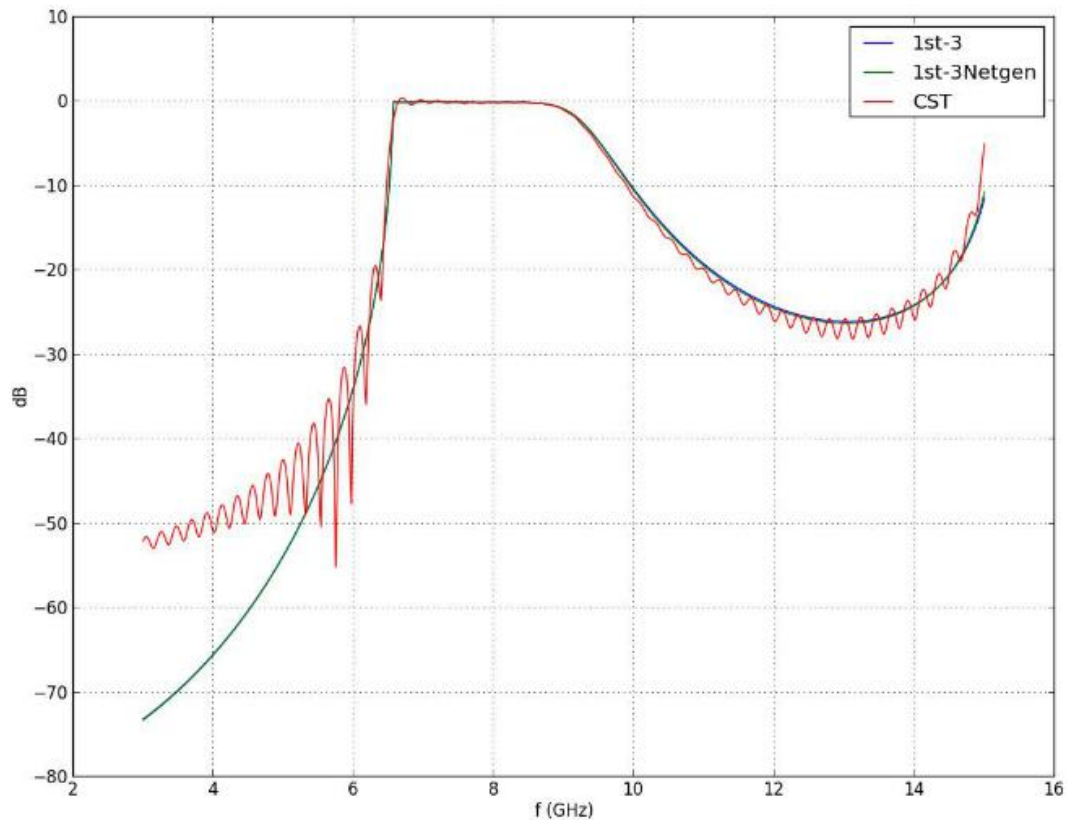


Figura 3.21 Parámetro S_{21} Nedelec primera especie orden 3 y CST

Por último llegamos a la respuesta con mayor orden pero con mayor tiempo de ejecución, en este caso estamos ante la mejor respuesta en términos de precisión de cuantas se plantean aquí, la gran desventaja reside en la cantidad de tiempo empleado para su simulación 345.45 segundos, tan sólo usando el mallado convencional, nos ahorramos el 48% del tiempo y la respuesta por el contrario no se empobrece proporcionalmente, sino que apenas es apreciable la diferencia.

Cambiaremos ahora a la segunda especie para este mallado de Netgen y analizaremos su respuesta.

Los tiempos vuelven a aumentar respecto del mallado anterior para los mismos Nedelec y mismo orden, las respuestas que se muestran a continuación no presentan una clara mejoría respecto del parámetro S_{11} mientras que el S_{21} en los límites del rango de frecuencias simulado, si resulta visible una mejoría más rugosa tal y como se puede apreciar en CST.

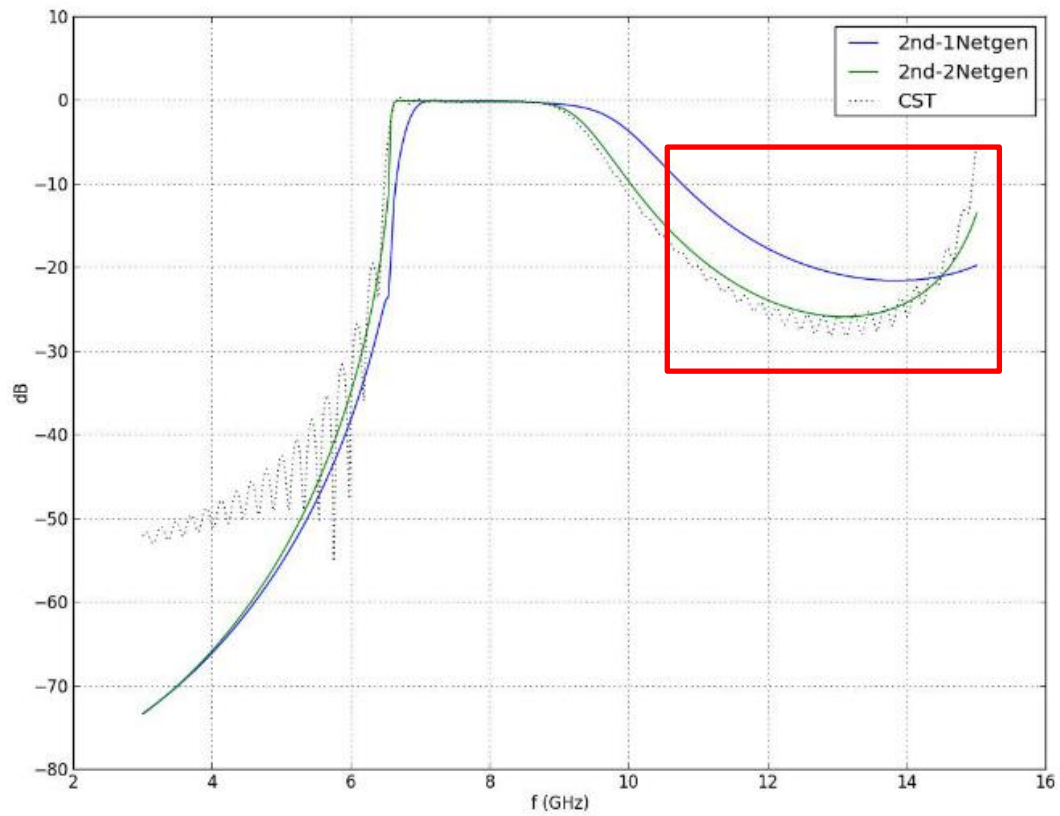


Figura 3.22 Parámetro S_{21} Nedelec segunda especie orden 1 y 2

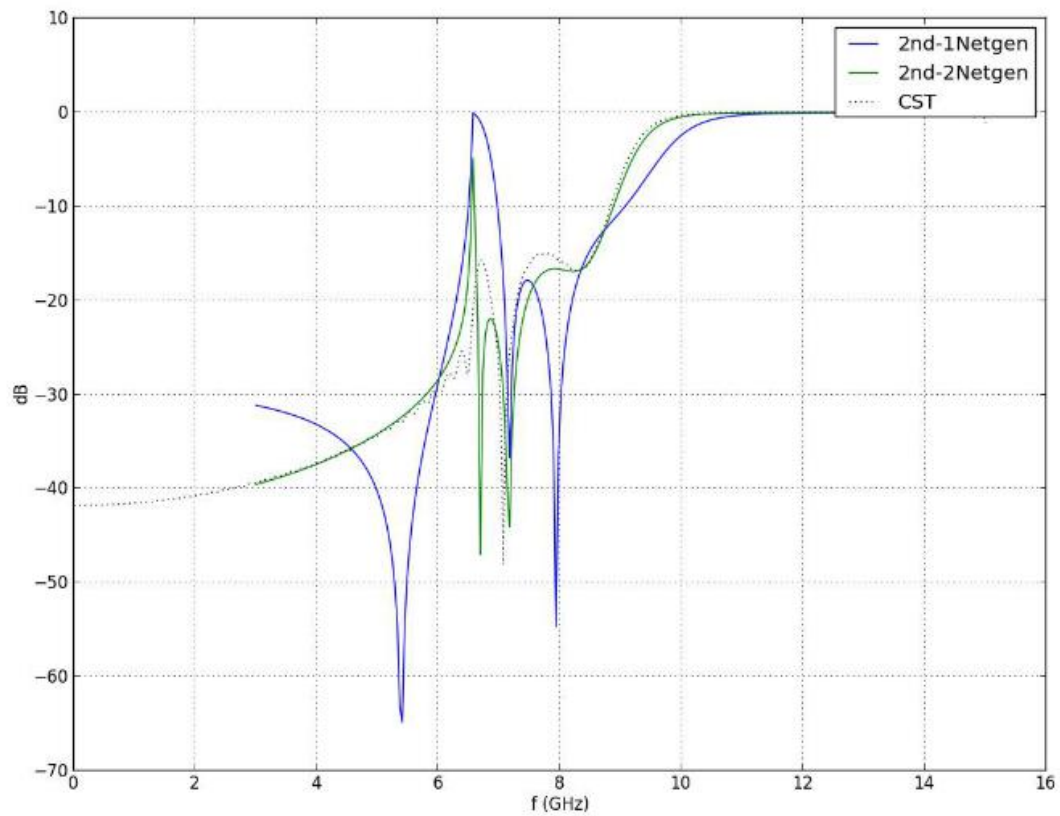


Figura 3.23 Parámetro S_{11} Nedelec segunda especie orden 1 y 2

3.2.3 Error Cuadrático Medio:

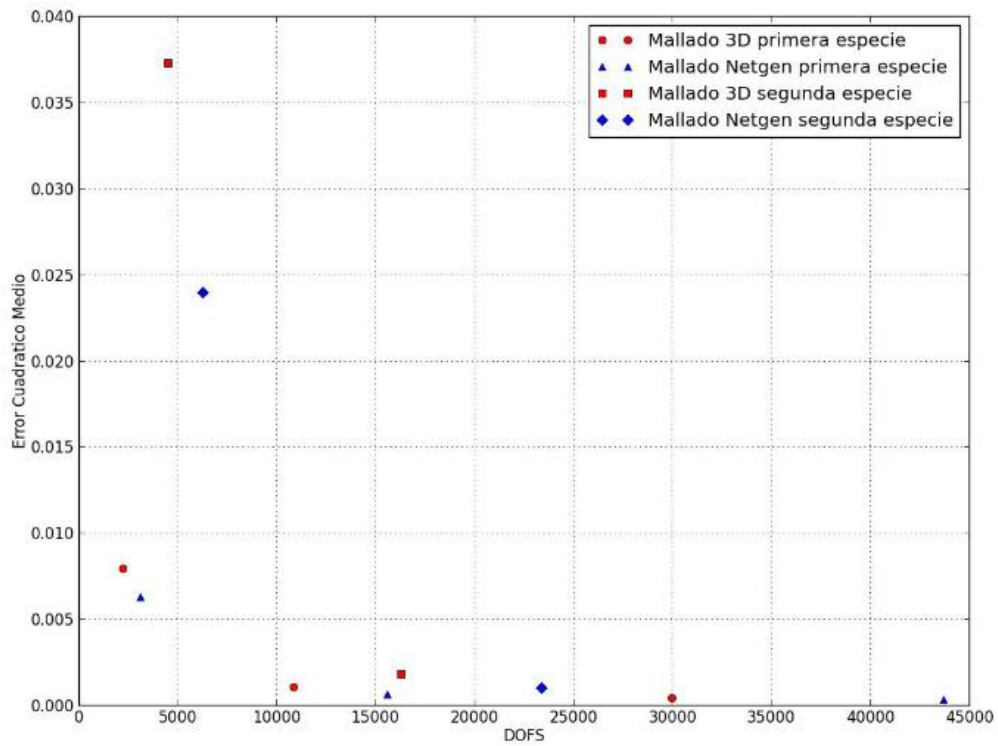


Figura 3.24 Error Cuadrático Medio S_{21}

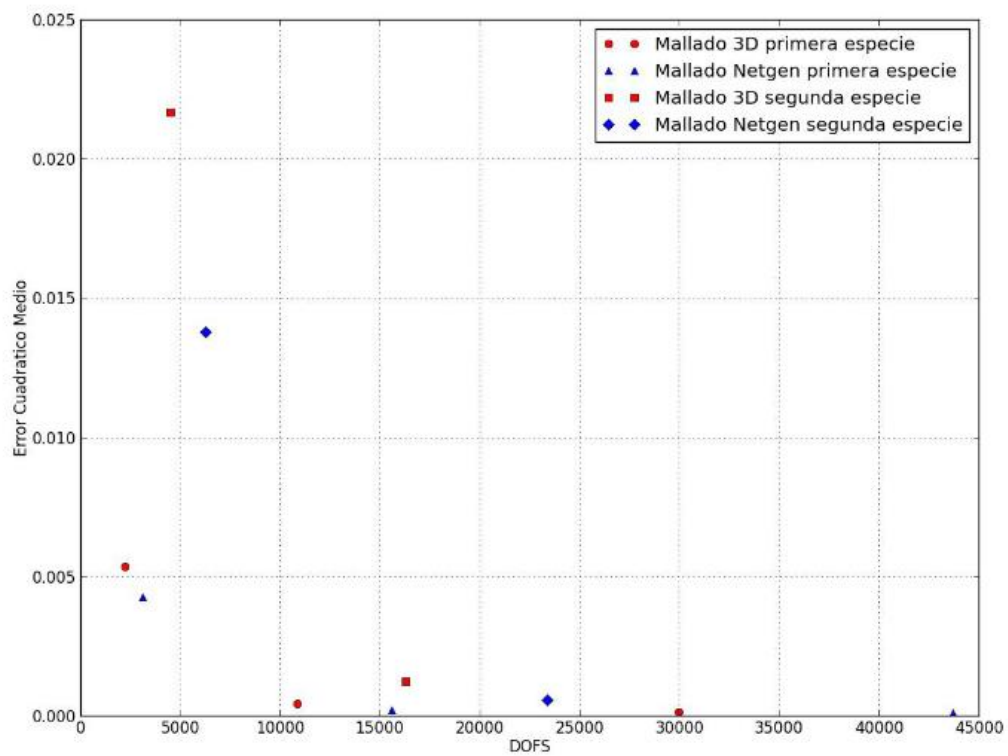


Figura 3.23 Error Cuadrático Medio S_{11}

Mediante el cálculo del error cuadrático medio:

$$ER = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_{real} - V_{medido})^2$$

Se puede ver la tendencia que sigue el aumento del número de grados de libertad, pues al aumentar este, el error se reduce. El cambio en el mallado, es decir, su optimización dan como resultado una clara mejora en cuanto a error se refiere de la respuesta del filtro. Como se comentó anteriormente, para ordenes 1 la respuesta empeora en los casos de segunda especie y carece de sentido para los de primera especie, por otra parte el orden 3 es la mejor respuesta alcanzada con este método. En particular para esta estructura funcionan mejor los tetraedros de Nedelec de primera especie.

4. Conclusiones y trabajo futuro:

4.1 Conclusiones

Incrementar el mallado para ordenes altos no es muy eficaz a la hora de mejorar la respuesta, de hecho solo resulta relevante para ordenes uno independiente de la forma del tetraedro, más allá, el tiempo se duplica y la precisión mejora pero no lo suficiente como para compensar ese incremento en el tiempo de ejecución.

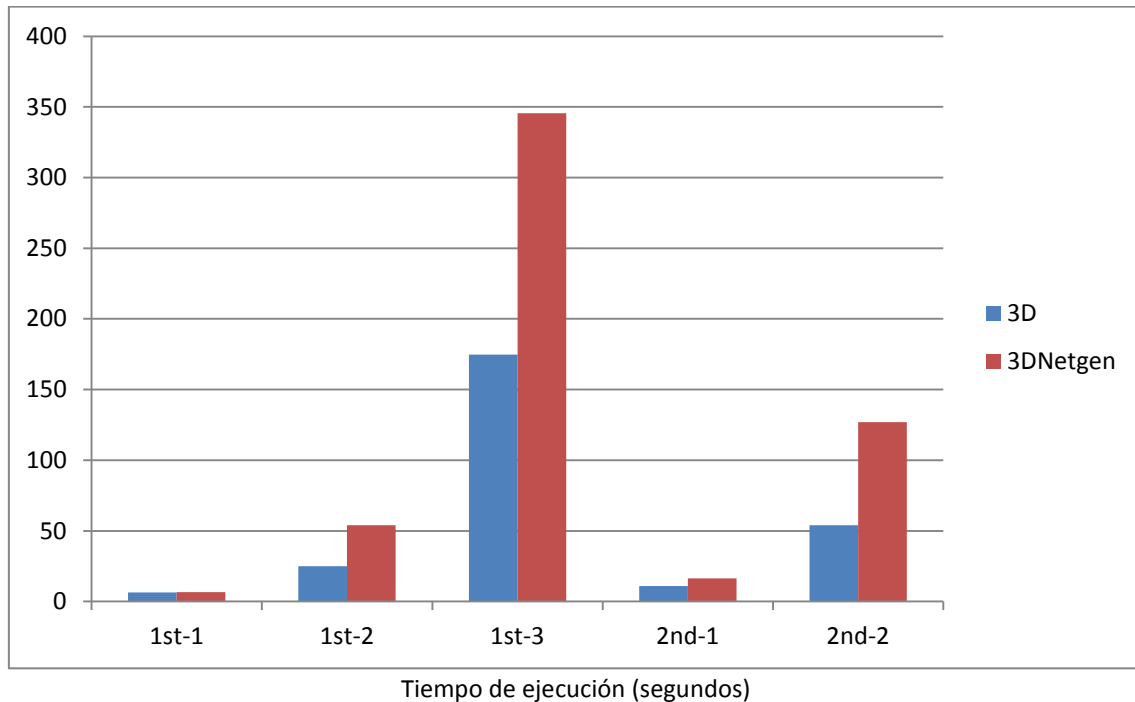


Figura 3.26 Tiempos de ejecución

Para un orden uno mejorar el mallado si es muy recomendable, la respuesta es mucho más realista y en cuanto a tiempo nos encontramos prácticamente en el mismo rango.

El tipo de tetraedro empleado y el mallado influirá directamente en la respuesta del filtro así como en el tiempo de simulación, el criterio para elegir un tipo u otro dependerá del compromiso entre la precisión y el tiempo.

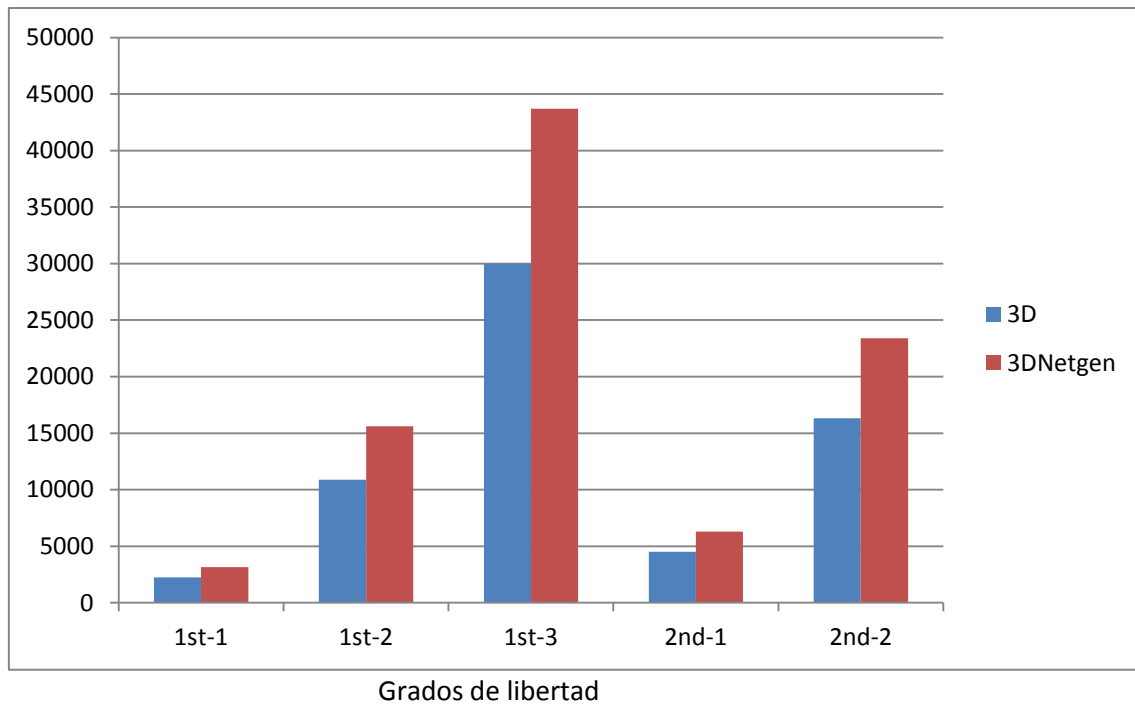


Figura 3.27 Grados de Libertad (DOFS)

4.2 Trabajo Futuro

Como línea de trabajo más inmediata se plantea el análisis de estructuras más complejas como por ejemplo un filtro de orden elevado, donde el método de los elementos finitos requiera un análisis más exhaustivo.

El diseño del filtro se ha realizado sobre una frecuencia de corte 9GHz, es decir, banda X. Otra posibilidad es el desarrollo de un filtro paso banda que trabaje más allá del ancho de banda mono-modo.

5. Bibliografía:

- [1] **Juan Córcoles Ortega**. Electrónica de comunicaciones 2013.
Asignatura del Grado en Ingeniería de Tecnologías y Servicios de Telecomunicación, impartida en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Autónoma de Madrid.
- [2] **Diego Barrio Tejedor**. Trabajo fin de grado: “Diseño de un array lineal de ranuras con polarización dual sobre sustrato para banda Ku”.
- [3] **Jorge A. Ruiz Cruz**. Medios de transmisión, 2013.
Asignatura del Grado en Ingeniería de Tecnologías y Servicios de Telecomunicación impartida en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Autónoma de Madrid.
- [4] Microwaves101.com
- [5] **David M. Pozar**. “Microwave Engineering”, 4ed Wiley 2012
- [6] **A. Logg, K.-A. Mardal, G. N. Wells et al**. Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method 2012
- [7] **A. Logg and G. N. Wells** DOLFIN: Automated Finite Element Computing, *ACM Transactions on Mathematical Software* 2010
- [8] **A. Logg, G. N. Wells and J. Hake** . *DOLFIN: a C++/Python Finite Element Library*, Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method, Volume 84 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering, Springer, Chapter 2012
- [9] **CST Computing Simulation Technology**
- [10] **George Matthaei, Leo Young, EMT Jones**. “Microwave Filters, Impedance Matching Networks and Coupling Structures” 1961
- [11] **Jorge A. Ruiz Cruz**. Fundamentos de transmisión y propagación de ondas, 2013.
Asignatura del Grado en Ingeniería de Tecnologías y Servicios de Telecomunicación impartida en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Autónoma de Madrid.